Московский государственный университет

им. М. В. Ломоносова

Механико-математический факультет

кафедра общих проблем управления

О ДРУЗЬЯХ, КОТОРЫХ НЕТ С НАМИ

Сборник статей под редакцией В. М. Тихомирова

Москва

2011

Предисловие

Настоящий сборник подготовлен в канун сорокапятилетия кафедры общих проблем управления механико-математического факультета МГУ. Мысль о создании на Мехмате МГУ специальной кафедры, ориентированной на приложения математики к широко понимаемым проблемам управления, была высказана в середине 60 -х годов прошлого столетия ректору университета Ивану Георгиевичу Петровскому Израилем Моисеевичем Гельфандом. В те времена Израиль Моисеевич с учениками и коллегами — Михаилом Львовичем Цетлиным, Ильёй Иосифовичем Пятецким-Шапиро и другими — активно занимался обучающимися автоматами, математическим моделированием в биологии и медицине, разработкой способов управления сложными системами и тому подобными вопросами.

Представляется, что определённую роль в создании нашей кафедры сыграл и состоявшийся в 1960 году в Москве Первый конгресс Международной федерации по автоматическому управлению (The First Congress of IFAC - International Federation of Automatic Control). Федерация была создана в сентябре 1957 года, а выбор Москвы в качестве места проведения её Первого Конгресса, несомненно был данью искреннего уважения международной научной общественности к достижениям нашей страны в области космонавтики.

После тщательного обдумывания идеи, высказанной Гельфандом, и её обсуждения с людьми, мнению которых он доверял, Иван Георгиевич Петровский стал безусловным её сторонником. Он предпринял все необходимые действия для её реализации. В результате этих усилий 31 марта 1966 года Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР издало приказ, разрешающий образовать на Мехмате МГУ такую кафедру. На основании этого министерского приказа Иван Георгиевич издал уже приказ по МГУ № 144 от 9-го апреля 1966 года об организации в составе механико-математического факультета новой кафедры (тогда десятой по счету кафедры в Отделении математики). Она была названа кафедрой «Общих проблем управления» (сокращённо

ОПУ). Поэтому 9 апреля 1966 года мы считаем Днем рождения нашей кафедры.

Согласно этому же приказу Ивана Георгиевича Петровского заведующим кафедрой общих проблем управления назначался (на основе «внештатного руководства») Вадим Александрович Трапезников. С него мы и начнём наш рассказ о сотрудниках кафедры ОПУ, которых, увы, уже нет с нами …

Вадим Александрович Трапезников

Вадим Александрович Трапезников (1905 – 1994) — ученый в области электротехники и автоматики, академик АН СССР, Герой Социалистического труда, Лауреат государственной премии, крупный организатор науки, директор Института автоматики и телемеханики (преобразованного в Институт проблем управления АН СССР). Занимал крупные административные посты. В частности, был первым заместителем Председателя Госкомитета по науке и технике.

Родился в Москве, из дворян. Учился в той же гимназии Репман, что и А. Н. Колмогоров, только на два класса моложе. После окончания школы поступил в Высшее техническое училище, закончив которое, затем преподавал в вузах. Его научные интересы не были связаны с математикой, но тем не менее, в силу сложившихся обстоятельств, он стал первым заведующим нашей кафедрой. Фактическим организатором кафедры и ее реальным заведующим был Сергей Васильевич Фомин. Кафедра в течение пятнадцати лет переживала очень трудные времена, но авторитет Вадима Александровича не позволил ее разрушить, и потому наша кафедра хранит теплые и благодарные чувства к Вадиму Александровичу.

В. М. Тихомиров

В. Б. Демидович

Вспоминая Вадима Александровича Трапезникова

О появлении на Мехмате МГУ кафедры Общих проблем управления я узнал из выпускавшейся тогда факультетской стенной газеты «За передовой факультет» («За перфак» на студенческом сленге), помнится, в июне 1966 года. В то время я только что поступил в аспирантуру по кафедре вычислительной математики (на факультете тогда обучались пять с половиной лет, а экзамены в аспирантуру и зачисление в неё производились в январе месяце). Я как-то не придал этому событию должного внимания. Но уже осенью того же года, на лекции по философии, мой сокурсник Женя Левитин, также аспирант кафедры вычислительной математики, стал убеждать меня, что нужно заранее думать о своём будущем и что, по мнению его научного руководителя Бориса Теодоровича Поляка, было бы хорошо после аспирантуры поступить на работу на эту новую кафедру. От Жени же я узнал, что кафедру возглавляет директор ИПУ академик Трапезников. Так я впервые услышал и про академика Трапезникова, и про его директорство в Институте проблем управления.

Но Жене Левитину не удалось стать сотрудником кафедры ОПУ, а меня осенью 1970 года на неё зачислили. Более того, Сергей Васильевич Фомин, осуществлявший тогда реальное руководство кафедрой, предложил мне стать её Учёным секретарём. Я согласился, и вскоре Сергей Васильевич повёз меня в ИПУ представлять Вадиму Александровичу Трапезникову.

Вадим Александрович оказался импозантным радушным человеком. Встретил он нас в своём просторном директорском кабинете очень приветливо. Сказанного обо мне Сергеем Васильевичем было достаточно, чтобы он подписал соответствующую просьбу в деканат о назначении меня Учёным секретарём кафедры ОПУ. Я спросил, как часто мне нужно будет заезжать к нему для информирования о кафедральных делах. Он ответил: «По мере надобностей», и добавил, что о своём посещении мне следует лишь заранее договариваться с его секретаршами — в Институте проблем управления (ИПУ) с Валентиной Николаевной, в Госкомитете по науке и технике Совмина СССР (ГКНТ СМ СССР), где он был первым заместителем председателя Комитета, с Валентиной Людвиговной. Так впоследствии это и происходило. А я с благодарностью вспоминаю их неизменно тёплое ко мне отношение.

При последующих приездах к Вадиму Александровичу он меня дополнительно «прощупывал». Видимо, я произвёл на него благоприятное впечатление, поскольку наши беседы иногда затягивались на 30 - 40 минут. В основном, он старался обратить мое внимание на то, что по его мнению Мехмат МГУ мало развивает практическую составляющую математики, и что его может «задавить» конкурирующий факультет — ВМиК. При этом мне было забавно слышать от него фразы «А что об этом думает Андрей Николаевич?» или «Как к этому отнесётся Иван Георгиевич?» (имелись в виду Андрей Николаевич Колмогоров и Иван Георгиевич Петровский). По-видимому, он полагал, что я, пусть всего лишь ассистент кафедры, но как помощник Сергея Васильевича регулярно общаюсь с этими выдающимися математиками. Моя жена часто «подкалывала» меня по этому поводу.

Вадим Александрович официально был *внештатным* заведующим кафедрой ОПУ (то есть зарплату за заведование он не получал), и длилось это 13 лет. За всё это время он побывал на факультете раза два - три (в ректорате, возможно, чуть больше).

Помнится, как к одному из таких приездов, он попросил меня подготовить «нужные бумаги» для зачисления на кафедру ассистентом рекомендованного ему молодого математика (моего сокурсника) — Витю Филиппова. Я связался с Витей, чтобы написать совместно представление к зачислению его на кафедру. Представление было нами быстро составлено, по бокалу вина выпито: Витя был убеждён, что раз академик Трапезников «за», то уж конечно всё будет «чао-какао». Вадим Александрович лично приехал по этому поводу в МГУ, где я его встретил в раздевалке Главного входа. Взяв от меня представление на Витю, просмотрев его мелком и подписав, он попросил меня пойти с ним к декану Петру Матвеевичу Огибалову. Пётр Матвеевич встретил нас внешне весьма радушно. Поговорив о некоторых учебных перспективах кафедры ОПУ, он спросил: «Имеются ли у Вас, Вадим Александрович, какие-нибудь ко мне дела?» Вадим Александрович протянул ему наше представление со словами «Да, есть небольшое дело. Вот тут у меня рекомендация о зачислении на мою кафедру одного молодого человека. Думаю, что вопрос несложный». Пётр Матвеевич мельком взглянул на поданную бумагу, и сказал, что он «постарается сделать всё возможное», но никакой резолюции не подписал. Мы радушно распрощались и вышли из деканата. Вадим Александрович сказал: «Ну что ж, один вопрос решён». Я промолчал, не будучи уверенным в положительном решении вопроса. И, действительно, никакой просьбы от деканата о выделении ставки ассистента для кафедры ОПУ «под Виктора Борисовича Филиппова» к ректору не поступало (мне об этом сообщил потом Сергей Васильевич), и сотрудником кафедры ОПУ В. Б. Филиппов не стал. «Вот тебе, Витя, и „чао-какао !"», — подумалось мне.

Зато через некоторое время старшим научным сотрудником кафедры ОПУ неожиданно стал физик Пётр Павлович Бирюлин. Как было сказано, «для укрепления партгруппы кафедры ОПУ». Трудно сказать насколько кафедральная партгруппа с появлением его на кафедре «укрепилась», поскольку не прошло и двух лет, как Пётр Павлович, ничем себя не проявив, от нас уволился.

Вспоминается ещё такой эпизод, произошедший уже после смерти Сергея Васильевича, скончавшегося в 1975 году. В 1978 году Вадим Александрович должен был покинуть высокий пост первого заместителя председателя ГКНТ СМ СССР, оставшись в Комитете лишь членом его коллегии. В преддверии такого поворота судьбы, он пожелал встретиться с ведущими сотрудниками кафедры ОПУ, чтобы успеть «что-то нужное для кафедры сделать». При этом ему хотелось, чтобы на этой встрече обязательно присутствовал Константин Иванович Бабенко, работавший на нашей кафедре профессором-совместителем — мнение Константина Ивановича для Вадима Александровича было очень ценно. И вот пятеро сотрудников кафедры — Константин Иванович Бабенко, Владимир Михайлович Алексеев, Владимир Михайлович Тихомиров и я с Толей Кушниренко — приехали на Толиной машине в ГКНТ СМ СССР. Принеся наши извинения за почти часовое опоздание, принятые Вадимом Александровичем с пониманием (Толе пришлось нас собирать из разных мест), мы разместились по бокам шикарного зампредовского стола, во главу которого сел сам Вадим Александрович. А далее речь пошла о том, какую поддержку от него мы хотели бы получить. Я уже не помню, что конкретно мы ему отвечали, но смысл наших ответов сводился к тому, что вряд ли даже ему удастся преодолеть имевшуюся тогда нелюбовь руководства факультета к кафедре ОПУ. Тем не менее, было приятно ещё раз убедиться, что Вадим Александрович всегда готов был прийти к нам на помощь.

В 1989 году Вадим Александрович оставил свой пост заведующего нашей кафедры. Кафедру ОПУ возглавил Владимир Михайлович Тихомиров. О приемлемости этой кандидатуры Вадим Александрович заблаговременно, много и настойчиво хлопотал во всех инстанциях.

О Вадиме Александровиче мы вспоминаем с благодарностью.

Владимир Михайлович Алексеев

Владимир Михайлович Алексеев (1932–1980) был личностью высочайшего нравственного совершенства, неповторимой и многогранной, в которой соединились и глубокий интеллект, и чистая совесть, и отзывчивая душа.

Когда начинаешь размышлять о судьбе значительного человека, невольно задаёшься вопросом о том, что в наибольшей мере могло повлиять на его развитие: социальные или национальные корни, семейное воспитание, дух эпохи или что-либо ещё ...

Жизнь Владимира Михайловича даст нам возможность обсудить эту тему.

Он родился в подмосковном посёлке Быково (расположенном в сорока километрах от Москвы) 17 июня 1932 года. По отцу он принадлежал к известному купеческому роду Алексеевых, прославленному К. С. Станиславским. Однако, к моменту рождения Владимира Михайловича все родственные связи были уже очень ослаблены. Прямые предки В. М. Алексеева не продолжили главное дело рода Алексеевых. Володя как-то раз, усмехнувшись, сказал, что его дед не был причислен к купеческому сословию и по документам значился как «купеческий сын... Отец В. М. Алексеева — Михаил Владимирович Алексеев — был музыкантом, руководил струнным оркестром, сам играл на многих инструментах. Он тяжело болел (у него был туберкулёз лёгких) и умер в начале Войны, когда сыну было 9 лет. Мать, Мария Ивановна (урожд. Сергеева) родилась в крестьянской семье; она работала воспитателем в общежитии швейного техникума. Никто из предков В. М. Алексеева никогда не занимался научной работой, тем более — математикой. Все известные Владимиру Михайловичу его предки были русскими по национальности, а ему самому было присуще глубоко осознанное чувство любви к своей Родине — России. И вместе с тем он был человеком глубоко проникнутым идеями человеческого братства и единства мировой культуры.

Детство Владимира Михайловича пришлось на трудную пору. Провел он его в поселке Быково, где родился, в доме бабушки. Там же он поступил в школу. Потом несколько лет он жил с матерью (вышедшей замуж вторично) в поселке Костино под Москвой. Но затем снова вернулся в Быково и кончал быковскую школу.

Как многие и многие из тех, чье детство пересеклось с Войной, Володя Алексеев был во многом «бабушкиным сыном». Свою бабушку, Ольгу Петровну Алексееву (кончившую гимназию и получившую право работать «домашней учительницей») Владимир Михайлович очень любил вспоминать. Материальные условия детства были нелегкими: существенной долей семейного бюджета была бабушкина пенсия – что-то около 250 рублей (в то время, как ставка профессора была порядка 5000 рублей).

О школьных годах В. М. сохранил добрые воспоминания. Учился он с увлечением, всем интересовался, много читал. В школе все его очень любили.

Неподалеку от костинской школы находилась трудовая коммуна, в создании которой принимал некоторое участие А. М. Горький. В дар коммуне Горький передал библиотеку. Володя перечитал её почти всю. Он не раз потом рассказывал о большой роли, которую сыграла в его жизни костинская библиотека.

Володя поражал всех безграничностью своих знаний. Жена Владимира Михайловича — Татьяна Алексеевна — вспоминала, что готовясь как-то к экзамену по химии в текстильном институте, где она училась, в спешке, не успевая найти какую-то химическую формулу в книжке (скажем, формулу иприта) в отчаянии спросила своего мужа. Он тут же ответил. Это поразило её. «Ну, откуда ты это знаешь?» Ответ был ещё более поразительным: «Но мы же это проходили в школе...»

Владимир Михайлович учился всю жизнь. Никита Дмитриевна Введенская рассказывала мне, что как-то зашла речь о календарях. Володя не только подробно объяснил строение и происхождение современного календаря, но также и еврейского календаря с многочисленными деталями и особенностями. Такие воспоминания сохранились почти у всех, кто общался с Владимиром Михайловичем.

Как-то в Юрмале, где Володя гостил у нас в семье (мы писали тогда книгу) пошли в кино на «Семейный портрет в интерьере». После фильма стали его обсуждать, и выяснилось, что Володя владеет искусством читать электрокардиограмму.

Осенью 1948 года в быковской школе появилась (неведомо каким путём) афиша о начале работы кружков на механико-математическом факультете Московского университета. Володе захотелось узнать, что это такое, и он поехал в университет. Так он впервые попал на мех-мат. И остался здесь на всю жизнь.

Первая прослушанная им (восьмиклассником) лекция была прочитана П. С. Александровым. «О чем лекция?» — спросил я его. «О лэмме Шпегнега» (Шпернера), — грассируя, как Павел Сергеевич, ответил Володя, и добавил, что понял он мало, но впечатление получил неизгладимое. Потом руководители рекламировали свои кружки. Володя выбрал кружок Олега Вячеславовича Локуциевского и Елены Александровны Морозовой. Дружбу с ними В. М. сохранил до своего последнего дня.

Быть может, здесь уместно упомянуть о той несравненной роли, которую довелось сыграть мех-мату в истории нашей культуры (я называю его в одном ряду с пушкинским Лицеем).

... Я очень дорожу фотографией из моего выпускного мехматского альбома, на которой сняты наши учителя, сидящие в кабинете ректора в первые дни после открытия Нового здания. С удовольствием назову их имена: П. С. Александров, Н. К. Бари, С. В. Бахвалов, С. А. Гальперн, А. О. Гельфонд, Е. Б. Дынкин, Н. В. Ефимов, Н. П. Жидков, А. Н. Колмогоров, А. А. Ляпунов, В. В. Немыцкий, О. А. Олейник, И. Г. Петровский, М. М. Постников, П. К. Рашевский, С. Л. Соболев, Л. А. Тумаркин, А. Н. Тихонов, С. П. Фиников, Г. Е. Шилов, С. А. Яновская.

Всем памятны имена великих ученых и организаторов науки поколения тех, кто нас учил (П. С. Александров, И. М. Гельфанд, М. В. Келдыш, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, И. Г. Петровский, ...), судьбы которых так кровно связаны с мех-матом. Таков был мех-мат на заре нашей юности. И очень легко пополнить эти списки именами математиков поколения Владимира Михайловича и более молодых, тех, кто находится сейчас в расцвете своей научной карьеры. Убеждён, что большинство из них с благодарностью назовет В. М. Алексеева в числе своих друзей или учителей. Мех-мату тридцатых-пятидесятых годов была присуща атмосфера научного дерзания, и он одарил В. М. Алексеева счастьем творчества, любовью к своей профессии, радостью труда и человеческого общения.

Особые чувства восхищения и уважения Владимир Михайлович питал к своему учителю Андрею Николаевичу Колмогорову. Он находился в близких дружеских отношениях со многими математиками старшего поколения. Иван Георгиевич Петровский очень дорожил мнением В. М. Алексеева. Владимир Михайлович отвечал ему чувством глубокой и почтительной любви. Дружеские узы связывали Владимира Михайловича с профессорами мех-мата и коллегами В. М. по кафедре математического анализа – Львом Абрамовичем Тумаркиным и Михаилом Александровичем Крейнесом. Владимир Михайлович пользовался очень большой любовью математиков своего и более поздних поколений. Впоследствии он был всегда окружен прекрасной молодежью.

Но продолжим хронологию жизни В. М.

В 1950 году Володя Алексеев стал победителем XV московской математической олимпиады, и на собрании всех участников Олимпиады председатель её Оргкомитета Михаил Александрович Крейнес предоставил слово «ученику 10 класса быковской средней школы Володе Алексееву». Когда он вышел к кафедре в переполненной 74 аудитории старого здания, я — школьник восьмого класса — увидел его впервые и был тогда поражен необычайной зрелостью его краткой речи.

В том же, 1950-м году Владимир Михайлович становится студентом мех-мата. Сразу же включился он в студенческий конкурс по решению задач (к сожалению, такие конкурсы сейчас не проводятся). Сохранилась типографски отпечатанная грамота, подписанная Председателем жюри конкурса академиком А. Н. Колмогоровым, где сказано, что она «дана студенту первого курса механико-математического факультета Алексееву Владимиру Михайловичу, занявшему второе место на конкурсе студенческих работ» (первое место занял второкурсник, один из самых сильных студентов того поколения). Володя сетовал на себя, что не смог решить все задачи.

В. М. сам, начиная с первого курса, становится руководителем школьных кружков, один из которых он вел с О. Б. Лупановым.

Со второго курса начинается научная работа В. М. Алексеева, которой он стал заниматься в семинарах А. Н. Колмогорова.

В архиве В. М. Алексеева сохранились его курсовые работы за третий и четвёртый курсы, выполненные под руководством Колмогорова. Курсовая работа третьего курса (защищённая в 1953 году) была посвящена особенностям решений дифференциальных уравнений. В то время Андрей Николаевич много занимался постановкой математического практикума. Этот практикум просуществовал семь лет, а потом бесследно исчез. Материалы практикума недавно были обнаружены в бумагах Колмогорова, и можно надеяться, что они будут опубликованы, и тогда можно будет получить впечатление о глубине замысла его создателя.

Андрей Николаевич брал темы для практикума из «горячих точек» теоретической и прикладной математики того времени. Это были предельные циклы и особенности решений дифференциальных уравнений (несомненно навеянные интересом И. Г. Петровского к этой проблематике), уравнения с малым параметром (тогда публиковались работы на эту тему И. С. Градштейна, А. А. Дородницина, А. Н. Тихонова и других), методы сеток решения уравнений с частными производными — эта тема была необычайно актуальна в те времена (в частности, благодаря работам по атомной проблематике) и т. д. Возможно, что одной из своих целей на будущее Колмогоров ставил задачу реформирования численного анализа, но увлечение проблематикой, навеянной теорией информации, привело к тому, что он отказался от своего замысла. На младших курсах сильным студентам Андрей Николаевич давал курсовые, так или иначе связанные с практикумом, и в этих работах были получены результаты, находившиеся на передних рубежах науки.

Не исключено, что и первая курсовая работа Володи Алексеева содержала в себе материал, имеющий научный интерес. Косвенным свидетельством тому служит то, что через некоторое время Владимир Михайлович дал напечатать эту работу на машинке, и при этом тщательно выполнил многочисленные чертежи. По-видимому, работа готовилась им к печати.

Курсовая работа на четвёртом курсе была посвящена обзору по так называемой проблеме финальных движений в задаче трёх тел. Она озаглавлена «Обмен в задаче трёх тел». Обмен — это одна из возможностей в задаче о финальных движениях.

Основные принципиальные вопросы, относящиеся к этой проблеме, были тогда — в 1954 году — не решены, они были открытыми проблемами. К решению их и стал склонять своих учеников и последователей Андрей Николаевич Колмогоров. Интерес Колмогорова к задаче о финальных движениях был частично вызван тем, что сам он в сороковые годы заведовал лабораторией атмосферной турбулентности Геофизического института АН СССР, возглавлявшегося Отто Юльевичем Шмидтом — колоритнейшей личностью, математиком, полярником, геофизиком, автором знаменитой теории происхождения Земли, энциклопедистом, словом — человеком Возрождения.

Отринутый Сталиным от организационных проблем в Академии наук, Шмидт начал интенсивно заниматься своей планетарной гипотезой. Существеннейшим элементом во всех построениях Шмидта была возможность захвата, но именно она отрицалась теоретической астрономией. Шмидт предпринял численные расчёты, и они вроде бы свидетельствовали о возможности захвата, но это не могло служить доказательством.

И вот тогда к решению проблемы о финальных движениях и стал склонять своих учеников и последователей Андрей Николаевич Колмогоров.

Эта проблема состоит в описании поведения материальных тел, взаимодействующих между собой по закону всемирного тяготения Ньютона, при $t \to -\infty$ и при $t \to \infty$. Простейшие случаи (когда все расстояния между телами остаются ограниченными или, когда, наоборот, все расстояния стремятся к бесконечности в прошедшем и будущем), были известны ещё Ньютону. Первые примеры «простых невозможностей» были обнаружены ещё во времена Лапласа. Сама задача в явной форме была поставлена Якоби. Без сомнения, задача описания финальных движений — одна из фундаментальных проблем «натуральной философии», как говорили в старину. Одна из неповторимых особенностей московской математической школы (идущей от Николая Николаевича Лузина), состояла в том, что наши учителя не боялись ставить великие проблемы перед молодыми людьми, едва переступившими порог Университета. Так случилось и с задачей о финальных движениях.

К тому моменту, когда А. Н. Колмогоров предложил своему студенту-четверокурснику курсовую работу на тему «Финальные движения в задаче трёх тел», оставались логически допустимыми лишь несколько возможностей. Назову некоторые из них — их можно сопоставлять с типами взаимоотношений между людьми, описанными в мировой литературе: *обмен* (когда небесное тело прилетает издалека и отрывает от другого тела его спутника); частичный захват (три тела приближаются друг к другу из бесконечности, два образуют двойную звезду, а третье улетает); *полный захват* (двойная звезда захватывает третью, прилетевшую из бесконечности, и та остаётся с этой парой навсегда); *захват в осцилляцию* (тело прилетает к двойной звезде и начинает затем осциллировать — то удаляться, то снова сближаться), *двойная осцилляция* (т. е. осцилляция в прошлом и в будущем), *переход из ограниченного движения в осцилляцию*, когда одно из тел, не улетая в бесконечность, не остается с парой навсегда на ограниченном расстоянии. Всего же число возможностей равнялось десяти.

Классификацию всех этих комбинаций дал Ж. Шази, знаменитый французский учёный, академик Парижской академии, который занимался этой проблемой в течение нескольких десятилетий. Читатель должен получить большое удовольствие от исторического комментария, посвящённого задаче трёх тел, содержащегося в работе В. М. Алексеева «Квазислучайные колебания и качественные вопросы небесной механики», опубликованной в книге В. М. Алексеев «Лекции по небесной механике». // Регулярная и хаотическая механика. Ижевск, 1999. Приведу отрывки из этой работы, касающиеся проблемы захвата.

«В задаче Кеплера или в приводящей к ней задаче двух тел финальный тип движения определяется знаком константы энергии и остаётся одним и тем же как при $t \to +\infty$, так и при $t \to -\infty$. [...] Ж. Шази сформулировал аналогичное утверждение и для задачи трёх тел, и довольно долго математический и особенно астрономический мир был убеждён, что такая замечательная симметрия действительно имеет место. [...]

Интерес к качественным свойствам решений задачи многих тел значительно возрос в сороковых годах в связи с космогонической теорией О. Ю. Шмидта. Согласно этой теории, планеты Солнечной системы возникли из окружающего Солнце метеорно-пылевого облака, само же это облако было захвачено Солнцем при прохождении через пылевую туманность. Если ограничиться лишь чисто гравитационными взаимодействиями, то подобный захват означает изменение финального типа движения при переходе от $t = -\infty$ к $t = +\infty$. Хотя выводы Шази относились лишь к задаче трёх тел, и использовать их для аргументации против возможности захвата в задаче многих тел было нельзя, всё же это вызывало по отношению к теории Шмидта оправданный скептицизм. Чтобы подкрепить свою гипотезу, Шмидт построил численным интегрированием контрпример к основному утверждению мемуара [Шази]».

Но такие примеры не могли служить доказательством.

Каждая из перечисленных выше теоретических проблем (обмена, захвата и т. п.) представляла собой задачу большой трудности. В них затрагивались проблемы, «возникающие, – как писал Владимир Михайлович, – в областях, где математика и механика граничат с философией: происхождение Солнечной системы, эволюция звёздных скоплений и т. п.»

В настоящее время проблема финальных движений полностью решена. В 1953 году Кирилл Александрович Ситников доказал возможность частичного захвата, в 1959 году он же построил пример двусторонней осцилляции, возможность движения трех тел, расстояние между которыми ограничены во все времена (на множестве начальных условий положительной меры) была доказана Колмогоровым и Арнольдом. Реализуемость остальных типов финальных движений была доказана Владимиром Михайловичем Алексеевым. На решение и развитие этой проблемы ушла вся его творческая жизнь, и это в высшей степени характеризует два беспримерных свойства его характера – стойкость и верность.

В 1955 году в дипломной работе В. М. Алексеев решил проблему обмена для систем как с положительной, так и с отрицательной полной энергией. (Отметим, что первые численные эксперименты, свидетельствовавшие о возможности обмена, были проделаны ещё в двадцатые годы.) Далее, в аспирантские годы В. М. Алексеев показал, что обмен реализуется устойчивым образом, т. е. построил открытое множество начальных условий, приводящих к обмену. Эти факты, дополненные рядом частичных результатов, составили содержание его кандидатской диссертации «Некоторые качественные результаты в задаче трёх и многих тел», защищённой в 1959 году (основные результаты были сформулированы в статье «Обмен и захват в задаче трёх тел», опубликованной в Докладах Академии наук в 1956 году; там есть такие слова: «Тем самым окончательно опровергается утверждение Шази о невозможности захвата и обмена»).

После окончания аспирантуры В. М. Алексеев остаётся на кафедре анализа мех-мата.

Наибольший взлёт его творческих сил относится к периоду 1966-69 гг. Статья «Квазислучайные динамические системы», опубликованная в трёх номерах Математического сборника, занимает 180 страниц. Тогда же была исчерпана проблематика финальных движений. В марте 1969 года В. М. Алексеевым была защищена докторская диссертация «Квазислучайные динамические системы», в которой были подведены итоги огромной работы.

Приведу два отрывка из отзыва Андрея Николаевича Колмогорова, выступавшего на защите в качестве официального оппонента. «Основной результат третьей главы диссертации заключается в доказательстве *возможности всех десяти случаев.* В частности, установлена возможность захвата [когда тело прилетает из бесконечности и захватывается навечно двойной звездой], которая отрицается ещё в изданном в 1967 году сборнике «Успехи астрономии в СССР». Случаи 22а, 22в и 33 [когда тело прилетает из бесконечности и улетает, прилетает из бесконечности, остаётся, а второе улетает, когда все три навечно остаются на ограниченном расстоянии] осуществляются с положительной вероятностью. Про остальные либо доказано, либо правдоподобно, что их вероятность нулевая. Уже перечисленные результаты убедительно свидетельствуют о значительности достижений В. М. Алексеева в этой трудной области, в которой работал ряд крупных учёных.» В заключение Колмогоров пишет:«‚Подводя итог, мы видим, что диссертант, полностью овладев очерченным кругом проблем и методов, существенно продвинул решение давно поставленных проблем, иногда получив исчерпывающие результаты. В отношении тонкости методов он стоит на самом высоком достигнутом к настоящему моменту уровне.»

Решение задачи о финальных движениях потребовало разработки новых методов в теории динамических систем. Одно из крупнейших открытий в теории дифференциальных уравнений, имеющих грандиозные последствия для всей математики, состоит в том, что во многих динамических системах, несмотря на их полную детерминированность, могут возникать движения, напоминающие случайные процессы. Истоки этой идеологии относятся ещё к началу века, завершение же процесса осмысления этого явления относятся к шестидесятым годам. К числу тех, кому принадлежат классические результаты в этом направлении следует отнести В. М. Алексеева.

Работы В. М. Алексеева очень быстро были высоко оценены специалистами, и он был приглашён получасовым докладчиком на Международном математическом конгрессе в Ницце (1970). Владимир Михайлович с улыбкой рассказывал мне, что незадолго до открытия Конгресса ему позвонил Ж. Лере — один из крупнейших математиков прошедшего века. Лере очень высоко отозвался о достижениях В. М. Алексеева, и при этом обратился к нему с личной просьбой: «Пожалуйста, будьте снисходительны и милосердны к Шази — он был таким прекрасным человеком!» С подобной просьбой к В. М. Алексееву можно было и не обращаться: деликатность и милосердие были ему присущи с самих истоков его жизни. К великому сожалению, В. М. Алексееву не было позволено пересечь железный занавес. Но он подготовил доклад и переслал его Лере. Сохранилось письмо Лере, в котором он благодарит Владимира Михайловича за этот доклад. Там есть слова: «Недавно я сообщил семейству Шази, что благодаря Вам его имя на Конгрессе в Ницце упоминается в самых тёплых выражениях, за что мы Вам очень признательны». Это напечатано на машинке. А потом от руки Лере приписал: «Chazy etait un si brave homme». Слово «brave» во французском языке имеет широкое комплиментарное значение, много более широкое, чем наше слово «бравый»; оно может значить «благородный, милый».

Первый долгий и доверительный разговор мой с Володей Алексеевым произошел осенью 1953 года на свадьбе моего соседа и близкого друга Миши Лидова и Володиной сокурсницы Дианы Седых. Это был трудный период в жизни Володи: его вербовали в так называемую «спецгруппу», которая формировалась сотрудниками КГБ для выполнения секретных заданий. Володя был очень опечален этим. Но после смерти Сталина возможности могущественной организации стали ослабевать, и Колмогорову удалось освободить Володю от ее «захвата» и взять его в аспирантуру. Разумеется, важную помощь в этом оказал Иван Георгиевич Петровский.

В 1954 году Володя женился. Его жене — Тане — довелось в раннем детстве пройти через тягчайшие испытания. Волею судьбы она оказалась на оккупированной территории в Белоруссии. Тане пришлось перенести в ту пору жизнь в землянке, испытав холод и голод, и перенеся тяжкие болезни. На ее глазах немцы загнали жителей поселка в огромный сарай и подожгли его. Среди заживо сожженных была любимая танина подруга и вся ее семья. Мне кажется, что все это внесло трагические ноты в ее мироощущение.

Окончив школу, Таня приехала в Москву. У нее был замечательный голос, и она стояла перед выбором — пение или биология. После долгих колебаний она выбрала второе. Но для поступления в Университет существеннейшим препятствием послужило «пребывание (девятилетней девочки) на оккупированной территории». На собеседовании её спросили: «Как это Вы оказались на оккупированной территории ?» Обладавшая гордым и непреклонным характером Таня ответила: «Наши отступали так стремительно, что я в мои девять лет не могла за ними угнаться!» В приеме на биофак ей было отказано, и тогда Таня поступила в Текстильный институт.

Брак Володи и Тани оказался счастливым. Супруги замечательно дополняли друг друга. Таня была, как и Володя, очень яркой личностью, человеком с сильным и независимым характером. Она обладала замечательным художественным вкусом, прекрасно рисовала, создавала изумительные по красоте женские украшения. Она была очень восприимчива к искусству — литературе и поэзии, театру, музыке и, разумеется, к живописи. Это очень гармонировало с интересами Володи. Володя и Таня создали прекрасный Дом, очень уютный, с замечательной библиотекой, дом гостеприимный, хлебосольный, открытый для многочисленных друзей. Таня была искусной хозяйкой, замечательно готовила. Она очень ценила дружбу, вовлекая в свою орбиту достойных и глубоко порядочных людей.

В 1955 году у Володи и Тани родилась дочь, которую они назвали Еленой, Леночкой.

В 1970 году Владимир Михайлович перешёл на кафедру общих проблем управления. Роль его в создании светлой атмосферы на нашей кафедре необыкновенна. Для меня десять лет рядом с Володей озарены особым счастливым сиянием.

Владимир Михайлович Алексеев служил математике и делу математического просвещения на всех доступных ему поприщах. Выше рассказывалось о его научной работе. Она получила мировое признание. Многие крупнейшие математики выражали восхищение его трудами и научными достижениями.

Перу В. М. Алексеева принадлежит свыше сорока научных статей и две монографии – «Символическая динамика» и «Оптимальное управление» (совм. с В. М. Тихомировым и С. В. Фоминым, М., Наука, 1979). В 1999 году редакция журнала «Регулярная и хаотическая динамика» выпустила книгу В. М. Алексеев «Лекции по небесной механике», в которой перепечатаны его статья «Квазислучайные колебания и качественные вопросы небесной механики», опубликованная ранее в сб. Девятая летняя математическая школа, // Наукова думка, Киев, 1976, с. 212 - 341, работа «Финальные движения в задаче трёх тел и символическая динамика», // Успехи математических наук, 1981, т. 36, вып. 1, с. 161 - 175 и упомянутая выше заметка в Докладах 1956 года.

В трудах В. М. Алексеева виден отпечаток его необычайно широкого научного кругозора и педагогического мастерства.

Владимир Михайлович был превосходным лектором. Многие хранят в памяти его блистательные лекции по математическому анализу, оптимальному управлению, геометрии и вариационному исчислению, динамическим системам, выпуклым экстремальным задачам. Ему всегда удавалось совместить наглядность изложения и педантичную строгость.

В. М. Алексеев был одним из соруководителей многих семинаров самого широкого профиля. Около двадцати лет он совместно с Я. Г. Синаем руководил научным семинаром по теории динамических систем. Этот семинар сыграл выдающуюся роль в развитии этого раздела математики. С В. А. Егоровым В. М. Алексеев руководил семинаром по небесной механике, с М. И. Зеликиным и В. М. Тихомировым вел семинар по теории экстремальных задач.

В. М. Алексеев любил преподавать на факультете повышения квалификации (где долгие годы вел семинар с М. А. Крейнесом) и на курсах повышения научной квалификации учителей, участвовать в просеминарах для первокурсников (в последние годы – с О. В. Локуциевским).

На протяжении многих и многих лет В. М. Алексеев вел работу со школьниками, был руководителем кружков и олимпиад, стоял у истоков преподавания в колмогоровском Интернате (он читал там в 1963-67 годах курс математического анализа и опубликовал замечательные записки лекций). Одну из своих лекций в Интернате он начал так: «Как трудно придумать что-нибудь новое! Оказалось, что то, что я вам рассказывал в прошлый раз, уже рассказывал своим студентам Лебег!» Первых выпускников Интерната он провожал в жизнь словами: «Старайтесь не утратить бесценный дар — способность удивляться». В. М. Алексеев очень любил читать популярные лекции для школьников по математике. В его архиве хранится множество интереснейших материалов на эту тему. В. М., будучи профессором, вел занятия в вечерней математической школе, директором которой был его аспирант (и это служило поводом его неоднократных шуток).

Владимир Михайлович был одним их самых талантливых редакторов своего времени.

Свыше пятидесяти раз В. М. Алексеев выступал в качестве официального оппонента, 16 раз был оппонентом ВАК. В его архиве хранится несколько папок текущего рецензирования статей, книг, рукописей.

Владимир Михайлович вел очень большую работу в Московском математическом обществе. Он был секретарем Общества при Гельфанде, когда Общество переживало свою золотую пору и находилось в высшей точке за все годы своего существования. По тетрадям Владимира Михайловича можно составить подробную справку о деятельности Общества в этот благословенный период, и я считаю своим непременным долгом со временем сделать это.

В 1968 году Владимир Михайлович (разумеется) подписал «письмо 99» в защиту Есенина-Вольпина. Последствия для математиков, для мех-мата были ужасающими. Начались гонения на «подписантов», которые сократили жизнь многих замечательных людей — Николая Владимировича Ефимова, Александра Геннадиевича Куроша, Сергея Васильевича Фомина ... Владимир Михайлович и так был на дурном счету у власть предержащих, а после подписи был фактически вычеркнут из списка тех, кто мог хоть на что-то рассчитывать.

Владимир Михайлович обладал необыкновенной стойкостью и непреклонностью духа. Это проявлялось всегда, особенно в вопросах чести, правды и справедливости.

В 1970 году состоялись перевыборы Московского математического общества. Был составлен список будущих членов Общества, утвержденный партийным бюро. Расчет был на то, что после его оглашения будет «подведена черта». И действительно, после того, как были названы все математики по списку партбюро, было внесено предложение «подвести черту». Но тут поднялся Владимир Михайлович и предложил в члены Общества Якова Григорьевича Синая (который был близким другом В. М., его соратником по семинару, вклад которого в теорию динамических систем Владимир Михайлович оценивал исключительно высоко). Черта не была подведена, Синай был избран в члены правления, и Владимир Михайлович уже окончательно был внесён в «чёрные списки».

Владимир Михайлович никогда не терял самообладания, лишь дважды я мог заметить признаки его нервного возбуждения. Первый раз это случилось во время защиты кандидатской диссертации некоего юноши, научным руководителем которого был И. И. Пятецкий-Шапиро. Но Илья Иосифович подал на отъезд в Израиль. При этих условиях написать фамилию Пятецкого-Шапиро на автореферате, значило обречь диссертанта на провал. И Владимир Михайлович позволил поставить на автореферате свою фамилию. На защите выступал как руководитель. И все равно работа была провалена. Но в ту пору использовалась специальная процедура, которая иногда давала возможность спасти дело: протокол счетной комиссии не утверждался и дискуссия возобновлялась. Владимир Михайлович сидел на первом ряду в аудитории 16-24 и нервно отрывал один волосок за другим из своей бороды. На лице его было написано невыразимое отчаяние. Но в тот раз все обошлось.

В 1967 году в составе большой советской делегации мы с Володей были в Варне на болгарском Математическом конгрессе. Володя жил в одной комнате с В. М. Волосовым. Владимир Маркович потом говорил мне, что уже тогда Володя жаловался на некоторое недомогание, но он стеснялся показаться врачам, считая, что это пустяки и пройдет. Но не проходило. В конце января 1980 года (в конце зимней сессии) Владимир Маркович, видя, как В. М. мучается, настоял на том, чтобы тот показался врачу. После посещения врача Володя приехал в Университет, где шла переэкзаменовка. Никогда не забуду момента, когда Володя переступил порог кафедры. Тогда я увидел Володю в нервном возбуждении, которое он не в силах был скрыть, во второй и в последний раз в жизни. Увидев меня он нервно сказал: «При первых признаках болезни покажись врачам!» «А что сказал врач тебе?» Володя уже овладел собой: «Надо будет пройти дополнительные исследования ...» А врач почти определенно сказал ему, что положение безнадежно.

Вскоре Володе сделали операцию, и наступила пора нескончаемых мучений. Мы продолжали работать с Володей, и я постоянно бывал у него. Он стеснялся обратиться к врачу, старался держаться, но ему становилось все хуже. Раз как-то он при мне позвонил врачу и тот, по-видимому, спросил: «Как дела?» Володя извиняющимся голосом сказал: «Все-таки не очень хорошо», — он не хотел огорчать своего хирурга. Из беседы было видно, что ничем помочь уже было нельзя.

Летом в семье Алексеевых произошло знаменательное событие: Леночка вышла замуж за Пьера Делиня, одного из самых выдающихся математиков нашего времени и человека удивительных душевных свойств. Володя и Таня были счастливы. Свадьбу Леночки и Пьера отмечали дома. Володя доверил мне честь быть тамадой во время застолья. Светлые чувства, которые я испытывал тогда накладываются на безмерную горечь воспоминания: человек беспримерного мужества и стойкости, Володя несколько раз вынужден был покидать стол, не в силах переносить нестерпимые боли.

Осенью Володю положили в больницу. Таня была с ним. Я навещал Володю несколько раз, и ни разу я не слышал от него никакой жалобы или сетования на судьбу. Мы говорили о текущей жизни, о делах, о мех-мате.

Свидетельством необычайности Володиной личности является его письмо дочери, написанное из больницы.

«... Ночью я решил разобраться в том, что происходит на небе у меня за окном. Вот, что я наблюдал и вычислил.

Окно выходит на ВСВ (между северо-востоком и востоком) примерно в том направлении, где восходят зодиакальные созвездия, так что мне было удобно.

Вычисления. 18 ч. С наступлением темноты над горизонтом появляется Овен. Я это созвездие плохо знаю. В это время Арктур мне не виден: он на другой стороне неба довольно высоко.

20 ч. Восходит Телец. В нем сейчас очень красивы Плеяды (звёздное скопление) и Альдебаран — красноватая яркая звезда. Позже, около 22 – 24 ч. они высоко и хорошо видны. Арктур постепенно спускается. В это время он где-то на СЗ.

Наблюдения (временны́е данные приблизительны).

22 ч. Восход близнецов. Кастор и Поллукс прекрасно видны в окно и около 23 ч. я их вижу прямо с постели.

24 ч. Восход Рака. Хоть это твое созвездие, но оно для меня невзрачно и невыразительно. Общая же картина красива, т. к. над Близнецом и Тельцом выразительное созвездие Возничего с α-Капелла (яркая, голубая), а под ними появляется уже Орион и М. Пёс.

2 ч. Восход Льва, но он поднимается несколько позже. Последнее наблюдение около 4 ч. — Лев поднялся над горизонтом

и в нём ярко блестит Юпитер. Около 5 ч. должен взойти Сатурн (он передвинулся в Деву), но я в это время хорошо спал. Арктур зашёл (по вычислениям) около 1 ч. Восход его я ожидал к 5 часам. По отношению к зодиаку он примерно под Девой и за Львом.

Вот и всё. Целую. Папа.»

Последний раз я видел Володю где-то в двадцатых числах ноября 1980 года. На следующий день я должен был уезжать в Варшаву в Банаховский центр на конференцию по оптимизации. В палате были Володя, Таня и я. Я рассказал о своих планах: «Завтра уезжаю...» Володя улыбнулся и сказал, обращаясь к Тане: «Он еще молод, куда-то все несется. А мы — вот я поправлюсь — поедем в Ленинград, ладно?» Таня кивнула. Потом она рассказывала, что в самом конце, когда сознание уже ушло, а слова можно было различать, они были о математике.

1 декабря 1980 года, в Варшаве я получил телеграмму: «Володя умер. Похороны послезавтра.» Я рванулся в аэропорт, купил билет. Рейс был объявлен, я занял свое место. Но через полчаса было сказано, что вылет не состоится. Шел декабрь 1980 года, Польша была в революционном возбуждении, выяснить в чем дело не было возможности. Я прибыл в Москву на следующий день, но опоздал на последнее прощание. В моём сознании Володя живой, и чем дальше уходит время, тем чаще он вспоминается мне молодым, полным сил и надежд.

Среди людей крупных большинство составляют личности яркие, нестандартные, не укладывающиеся в привычные рамки. Про таких пишут обычно об их духовной молодости и вспоминают всевозможные чудачества и экстравагантности. Владимир Михайлович Алексеев был крупной личностью иного склада. Его человеческую необычайность трудно было разглядеть сразу или издалека, ибо суть ее была не в яркости, а в глубине. Конечно, и он был молод душой, он всегда говорил о радости познания и сам очень свежо и по-детски радостно смотрел на мир. Но вместе с тем для него с самых ранних лет были характерны духовная зрелость и серьезность. Даже в отношениях со своими старшими товарищами и коллегами Владимир Михайлович едва ли не с аспирантских времен выполнял роль защитника и покровителя.

Владимир Михайлович был человеком необычайно широких культурных интересов и запросов. Трудно представить себе область культуры, в которую он не пытался бы глубоко и фундаментально проникнуть. Разбирая его бумаги, я нашёл записанные им строки Омара Хайама:

«Я познание сделал своим ремеслом,
Я знаком с высшей правдой и низменным злом.
Все тугие узлы я распутал на свете,
Кроме смерти, завязанной мертвым узлом.

Много лет размышлял я над жизнью земной,
Непостижного нет для меня под Луной.
Мне известно, что мне ничего неизвестно.
Вот последняя правда, открытая мной.»

Эти строки характеризуют и самого Владимира Михайловича. Об этом замечательно сказал Владимир Игоревич Арнольд: «Невозможно представить себе Владимира Михайловича участвующим в чём-либо несправедливом. Он умел мужественно отстаивать своё мнение и не останавливался перед неприятностями, которые на него навлекало его гражданское мужество. Жизнь Владимира Михайловича была образцом тщательного и неуклонного выполнения своего долга, пока хватало сил». Все это давало ему силу высокого морального авторитета.

Джозеф Форд – математик, много и активно работавший в одной области с Владимиром Михайловичем, сказал после его смерти: «Мир стал заметно темнее после того, как погас огонь его жизни». Эти слова разделяют все, кто знал Владимира Михайловича.

Спросим себя: как же зажигается в душе этот огонь? Так легко представить себе судьбу с теми же начальными данными, в которой не было ни напряжения творческих сил, ни решения великих проблем, ни одухотворенного труда. Тяжкие моменты случались во все поры жизни В. М. Алексеева – таков наш век, воистину «жестокий век». Но было много и такого, что принято относить к области счастливого везения: его юность пришлась на золотую пору деятельности его учителя, пору бурного развития науки и рождения первоклассных научных коллективов. Но и в этом своем поколении В. М. Алексеев занял особое место, как выдающаяся творческая и моральная личность. Так что суть надо искать не вне, а внутри.

Огонь зажигается вместе с началом нашей жизни, и дальше от каждого из нас зависит – дать ли ему угаснуть или разгореться. Разгореться, чтобы озарить всё окружающее своим творчеством и духовным богатством. И тогда огонь не угасает вместе со смертью, он продолжает освещать дорогу оставшимся, одаривает их Надеждой и дает силы жить. Таким огнем освещает наш путь жизнь В. М. Алексеева.

В. М. Тихомиров

М. И. Зеликин

Воспоминания о Владимире Михайловиче Алексееве

Не помню точно, когда я впервые познакомился с Володей. Сейчас мне уже кажется, что я знал его всегда. Но близко мы сошлись, когда после окончания аспирантуры я начал работать на кафедре математического анализа, где в то время уже работал Володя. Помню, как на одном из заседаний кафедры стоял вопрос о назначен лектором молодого доцента В. М. Алексеева, хотя на кафедре было немало профессоров. Тогда Михаил Александрович Крейнес сказал очень точную, запомнившуюся мне фразу: «Квалификация Алексеева такова, что он может читать лекции на любую тему». Наблюдая взаимоотношения Володи с коллегами, я освободился от одного своего порока: от юношеского максимализма и высокомерия по отношению к «старикам», не понимающим «современных», модных математических концепций.

Работа на кафедре математического анализа была довольно напряженной. Кафедра обслуживала несколько факультетов, но особенно трудоемким было заочное отделение мехмата. Оно было несколько раздутым, и большинство его слушателей состояло из великовозрастных студентов, которые тянулись к математике, но были уже неспособны по настоящему ее воспринимать. Для проведения экзаменов на заочном отделении вся кафедра мобилизовалась «в ружье». Аудитория 14-08 была переполнена экзаменующимися, которые очень долго (и тщетно) раздумывали над предложенными им задачами. Во время вынужденных перерывов между опросами преподаватели развлекались разговорами о математике. Володя рассказал мне красивую конструкцию, как можно свести некую задачу чистого математического анализа к функциональному уравнению, определяющую коцикл группы когомологий. Гомологическая алгебра в то время была очень модным направлением. Сейчас модным является микс квантовой теории поля, бесконечномерных представлений и алгебраической геометрии. Позже я узнал, что это уравнение возникло при доказательстве жесткости некоторых гармонических эндоморфизмов, придуманном на семинаре И. М. Гельфанда. Не знаю где, кем и когда оно было опубликовано, но я помню фразу Гельфанда, сказанную на его семинаре: «В основе доказательства лежит гениальное соображение Арнольда, что надо дифференцировать, и решающий вклад Алексеева, что в результате дифференцирования получается гомологическое уравнение. А что сделал я?» Гельфанд запнулся, видимо, удивившись обороту событий, в который завел его собственный язык. Скромность не входила в число основных достоинств Израиля Моисеевича. Но он мгновенно нашелся. Окинув хитрым взглядом аудиторию, он добавил: «Ничего!» – и засмеялся довольный, давая понять, что это шутка.

Володина судьба была неразрывно связана с замечательным явлением, которое, пожалуй, следует называть второй волной великой Московской математической школы. Первая волна состояла из таких титанов, как Боголюбов, Гельфанд, Гельфонд, Колмогоров, Лаврентьев, Люстерник, Петровский, Понтрягин, Соболев, Шафаревич ...

Володя всегда был активным участником группы молодых математиков, которая сформировалась в окрестности семинара Гельфанда. В эту группу входили В. М. Алексеев, Д. В. Аносов, В. И. Арнольд, Ф. А. Березин, А. А. Кириллов, Ю. И. Манин (входивший, скорее, в круг семинара Шафаревича), Г. А. Маргулис, С. П. Новиков, Я. Г. Синай, Д. Б. Фукс ... Я, конечно же, перечисляю не всех. Эта группа составляла ядро второй волны. Их, в связи с наличием железного занавеса, иностранцы называли рыцарями круглого стола. К сожалению, она перестала быть единой школой и распалась в связи с эмиграцией многих ее участников из бывшего СССР. Во многом благодаря трудам этой школы была создана символическая динамика, когда траектории дифференциального уравнения ставится в соответствие последовательность чисел, определяющих последовательные моменты пересечения этой траектории с фиксированным множеством. Символическая динамика позволяет применять математический аппарат теории вероятностей к изучению сложной динамики множества траекторий дифференциальных уравнений. Эта конструкция помогла Володе в его работах по небесной механике.

Позже мы оказались вместе с Володей на кафедре Общих проблем управления, где он вместе с В. М. Тихомировым разработал курс Теории управления. Я вспоминаю его гордую фразу: «Удивляюсь, с каким искусством мы превратили экзамен по теории управления в экзамен по математике».

В заключение я расскажу сон, который приснился мне вскоре после Володиной смерти.

Володя подошел ко мне и говорит: «Миш, Миш, хочешь покатаю?» (У Володи была привычка дважды повторять имя.) Смотрю, стоит маленькая ракета, наподобие гоночного автомобиля. Я говорю: «Володька, ну, конечно же, хочу!» Он сел за руль, я сзади. Я люблю ощущение полета, особенно, когда самолет закладывает вираж. Но Володя заложил такой вираж, который я и представить себе не мог. Это была колоссальная спираль на невероятно огромной скорости. Такого ощущения полета я никогда не испытывал. В одно мгновение земля провалилась в бездну, а за ней и солнце. Осталось только бархатно черное небо с золотыми, алмазными и изумрудными гвоздиками звезд, которые неслись мимо нас, и ... я проснулся. Кто знает, что происходит с душой после смерти? «И где тот ветер, что умчался, и где тот пламень, что потух?» Я почему-то уверен, что пламень Володиной души не потух!

Константин Иванович Бабенко

Константин Иванович Бабенко (1919–1987) был ученым необычайного творческого диапазона — выдающимся математиком, замечательным механиком и вычислителем самого высшего уровня.

Он родился 21 июня 1919 года в поселке Брянский рудник под Луганском. Его отец, Иван Павлович Бабенко, был статистиком в железнодорожной поликлинике, мать, Мария Васильевна Хамицкая, умерла от тифа, когда сыну не было и года. Воспитанием мальчика занималась его приемная мать, которую он любил и почитал всю свою жизнь.

Константин Иванович учился в Харьковском университете, который окончил в 1941 году.

По военному призыву в том же году он был направлен в Военно-воздушную инженерную академию им. Н. Е. Жуковского. В 1944 году Константин Иванович был на фронте в качестве авиационного инженера.

Константин Иванович окончил Академию в 1945 году и был оставлен в адъюнктуре Академии. По окончании адъюнктуры, защитил кандидатскую диссертацию на тему:«Определение сил и моментов, действующих на колеблющееся стреловидное в плане крыло в сверхзвуковом потоке газа». Эта работа была удостоена в 1949 серебряной медали и премии им. Н. Е. Жуковского АН СССР. С 1948 по 1951 гг. К. И. преподавал высшую математику в ВВИА.

В 1951 г. по рекомендации М. В. Келдыша Бабенко стал сотрудничать в Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР. В 1952 г. в этом Институте Константин Иванович защищает докторскую диссертацию «К теории уравнений смешанного типа». С 1953 года до последних дней своей жизни К. И. работал (до 1956 года старшим научным сотрудником, после — заведующим отделом) в Отделении прикладной математики при Математическом институте (которое было потом преобразовано в Институт прикладной математики, носящий ныне имя М. В. Келдыша). В 1957 году К. И. Бабенко было присвоено звание профессора, а в 1976 г. он был избран членом-корреспондентом АН СССР. С 1969 г. Константин Иванович работал на кафедре Общих проблем управления механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

В творческой судьбе Константина Ивановича много необычного. Необычна разносторонность его научных интересов; необычна и сама линия его творческой жизни. Он начал печататься в 1947 году и за десять лет (с 1947 по 1956 гг.) им было опубликовано лишь пять работ. А в последний год его жизни появилось вдвое больше — десять — публикаций! Константин Иванович одним из первых, а в нашей стране, возможно просто первым, стал культивировать «доказательные вычисления», соединяя доказательства классических теорем с новыми вычислительными средствами.

Константин Иванович Бабенко был замкнутым и (во всяком случае — в моем присутствии) очень серьезным, я сказал бы даже суровым человеком, но — так вышло — с Константином Ивановичем теснейшим образом были связаны судьбы моих очень близких друзей — Никиты Дмитриевны Введенской, Леонида Романовича Волевича и Юлиана Борисовича Радвогина. От них в течение почти четверти века изливался на меня свет от его благородства, духовной стойкости и преданности науке. Константин Иванович сыграл большую роль в моей жизни. В частности, он был оппонентом обеих моих диссертаций; мы много беседовали с ним о математике и математическом образовании во время его работы на кафедре Общих проблем управления. И вот уже почти четверть века я не могу заглушить чувство горечи по внезапно оборвавшемуся периоду его неслыханной творческой активности.

Константин Иванович не оставил учеников, которые могли бы продолжить его научную деятельность. Во многом это объясняется особенностями его личности. У него, судя по всему, не было учителей (хотя интерес к функциональному и комплексному анализу он наследовал, скорее всего из харьковской школы, в частности, от Наума Ильича Ахиезера).

Константин Иванович до всего доходил сам. Но к трем ученым он испытывал чувства глубокого почтения — это были Колмогоров, Гельфанд и Келдыш, и Бабенко не стеснялся говорить о том, что им он многим обязан. В Институте Келдыша Бабенко осуществлял проекты, в которых зарождалась современная вычислительная математика. Это были задачи естествознания, в основном, газовой динамики. Решение их требовало и «интуиции процессов» (слова А. Н. Колмогорова) и освоения новых методов счета. Бабенко развивал, предложенный Келдышем метод «матричной прогонки», а затем, в работе, совместной с Гельфандом, ими был предложен способ исследования устойчивости граничных задач для разностных уравнений (т. н. *спектральный признак устойчивости*), основанный во многом на интуиции процессов. Сейчас трудно переоценить грандиозность последствий этих изначальных шагов, сделанных на заре современной вычислительной математики, шагов, сделанных Бабенко под влиянием Гельфанда и Келдыша.

В самой математике К. И. в значительной доле решал задачи, поставленные Колмогоровым, стараясь постигнуть и его общую программу и заниматься проблемами, которые исходили от Андрея Николаевича.

Константин Иванович презирал легковесность, он был весь устремлен вглубь. Но «глубь» он внутренне осознавал как *сложность*. Он стыдился простого, считая простое всегда легковесным. Ему ни в какой мере не была близка мысль Пастернака о «неслыханной простоте» глубоких истин.

При этом он был научным одиночкой, ограждая себя от научного общения. Это свойство характера Константина Ивановича подметил И. М. Гельфанд. Не общаясь, не обсуждая свои идеи с другими человек, как считал Гельфанд, очень обделяет самого себя. А у Бабенко были к тому же некие внутренние тормозы к общению: гордость не позволяла ему признаться, что до чего-то важного он не додумался сам. Константин Иванович никому не ставил задач, которые не предполагал решать сам, он ни с кем не делился своими отдаленными планами. Фактически у него не было учеников, были лишь сотрудники, которым он ставил лишь локальные задачи, не посвящая их в свой глобальный замысел.

Как-то в доверительную минуту (за несколько месяцев до смерти) Константин Иванович с озабоченностью говорил о судьбе своего курса «Основы методов вычислений», которому он отдал столько сил. Я сказал, что чувствую глубину его замыслов, но что мне трудно воссоздать связь отдельных кусков. Я попросил Константина Ивановича обрисовать контуры его замыслов, но Бабенко уклонился от ответа. В ту пору только что вышел его огромный труд по методам вычислений, и Константин Иванович сказал, что там все сказано. Ясно, что человек в одиночку не может справиться с таким текстом. И когда (у А. Д. Брюно) возникла идея о переиздании, обнаружилось множество несовершенств в книге — не говоря уже о неточностях и опечатках — несовершенств по делу (не вполне корректных доказательств, повторов, доказательств уже известных вещей и т. п.) Всего этого можно было бы избежать, если бы К. И. не постеснялся попросить нескольких близких ему людей пообсуждать с ним его тексты.

С Константином Ивановичем я был в отношениях, которые я называю «отдаленно-дружескими». Константин Иванович как-то сказал: «Мы с Вами люди разных поколений: Вы не видели голодных трупов на улице» (в Харькове в 33 году). Откровенность в наших беседах была в определенных пределах — так был устроен Константин Иванович. Но все равно общение с Бабенко было содержательным и запоминающимся. В его суждениях не было тривиальностей — они характеризовали его, как самобытного, ни с кем не схожего человека.

Однажды Константин Иванович раскрылся передо мной с неожиданной стороны.

Дело было так. Весной 1973 года в Цахкадзоре состоялась конференция, приуроченная к семидесятилетию Андрея Николаевича Колмогорова. В Ереван и обратно я ехал на поезде. По дороге в Армению (14 – 16 марта 1973 года) моим попутчиком был Константин Иванович.

Константин Иванович был в очень добром расположении духа, много рассказывал и вспоминал.

Вот два его рассказа про Дмитрия Александровича Вентцеля, крупного военного инженера, генерала, преподававшего в ВВИА. По многим воспоминаниям Дмитрий Александрович был как бы «не от мира сего», подобно нашему Дмитрию Евгеньевичу Меньшову.

Навстречу генерал-лейтенанту Вентцелю идет капитан, и генерал видит, что шинель его застегнута не на ту сторону. Раздается возглас: «Товарищ капитан, подойдите ко мне!» Тот подходит, отдает честь. Генерал спрашивает: «Товарищ капитан, знаете ли Вы, в чем отличие мужчин от женщин?» Капитан смущен, некоторое время длится пауза. Вентцель прерывает ее: «Раз Вы не знаете, я поясню: мужчины застегивают пальто на правую сторону, а женщины на левую». Капитан смущен, он краснеет, второпях перезастегивает свою шинель. «Разрешите идти?» «Идите». Капитан поворачивается кругом, начинает удаляться, и снова слышит: «Капитан! Вернитесь!» Тот возвращается, опять становится по стойке «смирно». Следует вопрос: «Так Вы поняли, чем отличаются мужчины от женщин?» «Так точно, понял». «И чем же?» «Мужчины застегиваются на правую сторону, а женщины на левую», – бодро рапортует капитан. Генерал задумчиво говорит «Верно...», и после паузы наставительно: «Но не только этим!»

Это, конечно, апокриф, а второй сцены, как мне запомнилось, Константин Иванович был свидетелем.

Дмитрий Александрович читает лекцию в Военно-воздушной академии (которую кончал К. И. Бабенко) и видит, что один из его слушателей занят посторонним – он что-то читает. Вентцель поднимает слушателя вопросом: «Что Вы читаете, молодой человек?» «Книгу Ажаева «Далеко от Москвы». «Извольте выйти вон! Помимо того, что Вы занимаетесь на лекции посторонним делом, Вы не обладаете еще и вкусом к российской словесности!»

Естественно, на Вентцеля поступил донос: Ажаев был лауреатом Сталинской премии. Генералу пришлось давать объяснения.

Хочу закончить словами из некролога К. И. Бабенко, опубликованного в «Успехах математических наук»:

«Широта научных взглядов и глубокая эрудиция, беззаветная преданность науке и необычайная трудоспособность, принципиальность и глубокая порядочность — эти черты Константина Ивановича Бабенко навсегда останутся в памяти тех, кому довелось его знать».

В. М. Тихомиров

А. Л. Афендиков

О Константине Ивановиче Бабенко

Константин Иванович был удивительно ярким человеком и блестящим математиком, многие его результаты вошли в золотой фонд науки. Но это тот случай, когда хочется соотнести научные достижения с творческим потенциалом личности. Есть люди, которым повезло с достижением формальных признаков самореализации. Кажется, что защиты, звания, награды сыпятся на них, как из рога изобилия. Рискну высказать небесспорное мнение, что как ученый К. И. был еще крупнее и значительней работ, что ему довелось довести до публикаций.

В 1941 г. Константин Иванович окончил Харьковский университет. В ИПМ работала приятельница К. И. по Харькову — Л. Б. Морозова (Мельцер), которая на моей памяти одна была с ним «на ты». Не могу не воспроизвести ее слова о годах учебы в Харьковском университете, которые она включила в воспоминания о первом двадцатилетии Института. «Я помню Костю еще по Харьковскому университету (до войны). Еще там все знали, что Костя Бабенко - ГОЛОВА. Он, кстати, всегда отличался от студентов своим внешним видом. В те времена студенты были, конечно, бедные, но кроме бедности еще и неряшливые. Костя же всегда ходил в отутюженных костюмах и белоснежных рубашках, несмотря на то, что он как многие жил в общежитии. Выглядел он всегда «с иголочки» и в этом смысле был похож на Келдыша...».

В 41 году он по военному призыву был направлен на учебу в ВВИА им. Н. Б. Жуковского, которую окончил в1945 г. В 1944 г. К. И. Бабенко участвовал в боевых действиях в качестве авиационного инженера. По окончании ВВИА он был оставлен в адъюнктуре и защитил кандидатскую диссертацию на тему «Определение сил и моментов, действующих на колеблющееся стреловидное в плане крыло в сверхзвуковом потоке газа». Эта работа была удостоена премии Н. Е. Жуковского за 1949 г.

За этими скупыми строками стоит немало драматических событий, ведь Костя рвался заниматься математикой, а его первая совместная публикация с Н. И. Ахиезером относится к 1947 году, т.е. война отняла несколько лет его творческой научной жизни. Конечно, к теме диссертации его первые математические работы отношения не имели. С адъюнктурой и диссертацией связано знакомство К. И. с М. В. Келдышем. В диссертации было слишком много математики, в которой никто на кафедре не хотел (не мог) разбираться. Самый простой выход — объявить, что «диссертация не удовлетворяет требованиям … по указанной специальности». Собственно защиты диссертации и не было бы, если бы при её обсуждении одна добрая душа не сказала: «А я знаю этого молодого человека (Келдышу тогда не было и сорока). Его мнение надо узнать». М. В. работу поддержал. Диссертация была, конечно, закрытая и никаких публикаций не предполагалось. Рассекретить ее удалось лишь в 90-е после кончины К. И. За эти годы результаты этой замечательной работы были переоткрыты и вошли в учебники под другими именами.

В 1948-1951 гг. К. И. Бабенко преподавал высшую математику в ВВИА им. Н. Е. Жуковского и работал над докторской диссертацией. Времена были голодные, и по воспоминаниям К. И. курсантов в столовой бессовестно обкрадывали. Он всеми силами души мечтал вырваться оттуда и течение двух лет работал на износ. Об этом времени написал Л. Р. Волевич в статье о докторской диссертации К. И. В 1951 г. по инициативе М. В. Келдыша К. И. был переведен в Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР, где в 1952 г. защитил докторскую диссертацию «К теории уравнений смешанного типа». На банкете, посвященном избранию в члены-корреспонденты АН СССР, К. И. сказал об этих временах, обращаясь к Келдышу: «Мстислав Всеволодович, помните, как Вы выгоняли меня в дверь, а я влезал к Вам в окно?» Неудивительно, что первый доклад на первом семинаре в ОПМ (еще в Отделении, а не Институте) делал К. И.

Полагаю, что некоторые странности в математической биографии К. И. определялись работой в ИПМ (ОПМ). Надо представить первые годы после создания ОПМ; уровень важности для страны, срочности и секретности работ, которые тогда велись в интересах Первого Главного Управления и курировались на самом высоком уровне (Л. П. Берия).

Занятия чистой математикой в Институте М. В. Келдышем поощрялись, но ... лишь в свободное время, которого всегда катастрофически не хватало. Это позднее, когда все, что надо полетело, а все, что надо взорвалось, М. В. мог сказать на ученом совете: «К. И., не набирайте так много производственных задач». Я слышал, что последним, кого взяли в ИПМ для занятий математикой, был А. А. Кириллов.

Творческий максимализм, свойственный молодому К. И., подогревался и общей обстановкой в ИПМ и некоторыми его коллегами (Гельфанд, Келдыш). Типичная реакция молодого Бабенко на предложение опубликовать результаты докторской: «Ну что, у меня новых результатов нет что ли?»

Позволю себе привести по памяти слова К. И.: «Вот, предположим, живет человек. Как-то зарабатывает на жизнь. А для души решает сложные математические задачи». Т. е. профессионал по К. И. — это человек, зарабатывающий своей профессией на жизнь. На жизнь К. И. зарабатывал в Институте, занимаясь «производственной тематикой». Последовательней был Израиль Моисеевич, который, как только в 60-е появился шанс, сразу устранился от закрытых работ. А К. И. не на годы, а на десятилетия прятал полученные результаты в стол. По строчкам упоминаний в изданиях типа «Математика в СССР за n-лет» можно установить, что еще в 50-е им были получены результаты по асимптотике спектра эллиптических операторов. Они остались не опубликованными, а неким «отходом» от этой деятельности послужили публикации о спектрах линеаризованных задач гидродинамики в 80-х годах. В виде препринта остались результаты о сферических средних для кратных рядов Фурье. Да и вообще, количество незаконченных, оказавшихся по тем либо иным причинам в столе работ было столь велико, что в последние годы жизни К. И. попытался его разгрузить, конечно, с некоторыми издержками, вызванными желанием хоть как-то, хоть намеком поделиться своими размышлениями.

К сожалению человек, выбравший вольно или невольно, жизнь «любителя», оказывается в значительной мере изолированным от «профессионального» сообщества зачастую просто в силу нехватки времени. Так можно было позволить себе жить в начале 20 века, но не в его середине, после двух войн и колоссально возросших вложений в науку и несопоставимых по объему информационных потоках. Бабенко олицетворял для нас связь современной науки с математическим естествознанием 19 века, с наукой Гаусса и Пуанкаре, Адамара и Ляпунова со всеми плюсами и минусами такого подхода к науке. Он обожал делать ссылки на первоисточники, и решать давно поставленные, так сказать, проверенные жизнью на сложность задачи. Казалось, что ссылка, скажем, на работу Стокса 1881 года доставляет ему эстетическое удовольствие.

У К. И. было немного учеников, т. к. почти не было задач, которые он бы мог дать обычному аспиранту. Своему аспиранту Л. Р. Волевичу он в 57 г. дал в качестве темы смешанную задачу для гиперболических систем. Эту теорию построили через 13 лет R. Sakamoto и H. O. Kreiss и только после появления адекватной техники. Вторая задача была про асимптотику вихря вдали от обтекаемого тела (ее решил в 70-е сам Бабенко и, независимо, D. C. Clark). Третью задачу Л. Р. поставил себе уже сам. Так хорошим или плохим научным руководителем был К. И.? Он говорил своим ученикам: «Надо решать трудные задачи». Подбирал ли он посильные для аспирантов задачи? Скорее нет, чем да.

Поэтому ответ на мой вопрос может быть только парадоксальным; и плохим и замечательным, но в любом случае неординарным. Все зависело от самого аспиранта.

В начале 80-х начал издаваться журнал «Selecta Mathematica Sovetica». К. И. хотел опубликовать там одну из работ, изданную лишь в виде препринта ИПМ и обратился за разрешением к директору Института А. Н. Тихонову. Ответ был обескураживающим: «Не надо привлекать излишнего внимания к Институту». Как говорится - «No comments». Что и говорить, их взаимная неприязнь порой выходила за академические рамки. Об этом многие знали и, например, после кончины Келдыша, Ишлинский предложил К. И. перейти с отделом в Институт Проблем Механики. К. И. почти согласился и только просил перевести туда же и отдел А. В. Забродина. О переводе двух отделов договориться не удалось.

Не исключено, что истоки этой неприязни надо искать в истории организации Института из независимых групп и из их гласного и негласного соперничества.

Если посмотреть на диапазон научных интересов К. И. имея ввиду только опубликованные работы, то и тогда он покажется необъятным. Как-то при мне в разговоре с К. И. Л. Р. Волевич сказал, что хочет отказаться писать рецензию на статью в УМН, поскольку у него нет публикаций по этой тематике. К. И. ответил: «У меня нет публикаций по теории чисел, и что из этого?» Тут он, правда, чуть слукавил; асимптотику количества целочисленных точек в расширяющихся областях, можно отнести и к аналитической теории чисел (как и к анализу, и к спектральной теории).

Среди классификаций математиков есть и подразделение на «самобытных и образованных». Так вот, К. И. был и тем и другим. Об энциклопедичности его знаний в Институте ходили легенды. Р. П. Федоренко на банкете, посвященном защите диссертации одного из сотрудников отдела №4 поднял тост: «За К. И. Бабенко (он был научным руководителем соискателя), который знает все, и Э. Э. Шноля, который знает почти все.» Но ведь все знавшие К. И. без колебаний скажут, что он, несомненно, был и самобытным математиком. Он мог взяться за задачу с нуля, только потому, что она показалась ему интересной и трудной. С другой стороны он не мог позволить себе ради лишней публикации тратить время, которого всегда не хватало. Более 30 лет оставались неопубликованными его результаты по уравнениям смешанного типа. В 80-е его попросили прислать статью в сборник памяти Ф. Трикоми. Посланная статья исчезла (как, по-моему, и сам сборник) и это подтолкнуло его на склоне жизни к публикации трех заметок в Докладах, где он отреферировал свою докторскую диссертацию, написанную в 51 году! К. И. с гордостью пишет: «За прошедшие годы эти результаты не были ни усилены, ни переоткрыты». Т.е. решая задачу, он работал для «вечности». А с современной точки зрения с пресловутыми ПРНД, ИР, хиршами и индексами цитирования его работа по уравнениям смешанного типа как бы и не существует. Но ее экземпляр в МИАНе зачитан до дыр, а известная книга М. М. Смирнова «Уравнения смешанного типа» наполовину состоит из изложения этой диссертации!

К. И. достаточно болезненно относился к проблеме плагиата. Так, на защите одной докторской он сказал: «Работал весь отдел, а защищает один человек и почему-то докторскую» (этот человек защищался с благословения М. В. Келдыша).

Я не застал К. И. в годы его расцвета. Говорят, что после болезни и удаления почки в 70-е он стал намного мягче и терпимее, но, видимо, своей категоричностью (при безусловной компетентности) К. И. задевал многих. Когда-то В. И. Арнольд написал (Дополнительные главы, стр. 202): «... Это простое соображение [...] показывает тщетность такого большого количества исследований в теории дифференциальных уравнений и других областях анализа, что об этом просто опасно упоминать». Добавлю, что видимо, настолько опасно, что сам Арнольд приписал это высказывание А. Пуанкаре.

Таких «простых соображений, показывающих тщетность большого количества исследований в теории численных методов» также хватает. К. И. не раз, и достаточно жестко, высказывался на эту тему. Так, две проваленные в середине 80х докторские привели к тому, что Диссертационный совет в ИПМ был переформирован, и из его состава были удалены почти все его соратники и единомышленники (О. В. Локуциевский, Н. Н. Ченцов, А. В. Забродин и др.) сохранившиеся там еще с келдышевских времен.

Конечно, по последнему десятилетию нельзя судить обо всей жизни человека и люди, более близко знавшие К. И., могут разойтись с моей оценкой его характера и убеждений. Он казался довольно замкнутым и малообщительным человеком. Но не стоит забывать, что ему довелось вырасти и жить в стране, где откровенно говорить на политические темы можно было лишь с женой, да еще укрывшись одеялом. В те годы ходила грустная шутка. «Если стоят два человека и один рассказывает другому политический анекдот, то, как минимум, один из них стукач... Или тот, кто рассказывает или тот, кто слушает.» Когда А. Хованский притащил в отдел Бабенко один из первых выпусков журнала хельсинкской группы, об этом почти сразу стало известно заместителю директора по режиму. Стукачей хватало везде, причем среди них были очень разные люди, как, впрочем, и среди тех, кто эту информацию фильтровал. Стоит добавить и то, что почти всю жизнь он проработал в ИПМ (ОПМ), который был режимным учреждением. Поэтому в личном общении, особенно с подчиненными, К. И. обычно был очень сдержан. Ведь как отделить соленую воду политических тем от пресной воды тем «нейтральных»? Тем не менее в соответствующих органах он был явно на заметке и каждая из его немногочисленных поездок за рубеж проходила с боем.

Лишь в последние годы жизни он стал более откровенным и открытым, да и то больше с молодежью. К нему нельзя приклеить ярлык вульгарного антисоветчика, а его понимание социалистических и коммунистических идей и всего происходящего в стране было гораздо глубже уровня: «Бандит Сталин и свора его шакалов. . . ». Для него более характерны другие высказывания, которые говорят о его целостном научном мировоззрении. У него было любимое выражение: «Чудес не бывает!» Конечно, особенно часто это звучало по поводу ошибок в программах и попыток что-то свалить на бессловесную ЭВМ. Для всего происходящего он искал рациональные научные объяснения. Передаю по памяти. «Идея уравнивать не возможности, а потребности гораздо старше марксизма». «Ленин подписал Брестский мир, потому, что был готов проводить свои эксперименты в пределах одной Московской губернии». «Не может устойчиво функционировать большая система, если один из ключевых ресурсов находится в постоянном дефиците» (в этом высказывании он имел в виду трудовые ресурсы и полную трудовую занятость). «Многих людей помирили с советской властью война и Гитлер». (В их числе и Антона Ивановича Деникина!)

Война, голодомор и русская деревня - темы, на которые К. И. всегда говорил с неподдельной болью. Но и здесь его взгляд на события и на их интерпретацию в официальной истории СССР был далек от ординарного. А с какой страстью он включился в последний год жизни в борьбу с планами вмешательства в работу естественного водного баланса Каспия и с идеей поворота сибирских рек! Об этом написано в замечательной книге М. И. Зеликина «История вечнозеленой жизни».

Все, кому довелось достаточно близко знать Константина Ивановича, не забудут счастья общения с этим замечательным человеком.

Владимир Фёдорович Борисов

Жизнь Владимира Федоровича Борисова (1961 – 2010) оборвалась внезапно, когда он находился на рубеже больших свершений в расцвете творческих сил. Владимир Федорович был связан с кафедрой Общих проблем управления со студенческой поры. На третьем курсе он стал учеником Михаила Ильича Зеликина, на нашей кафедре им были написаны курсовые и дипломная работы. Затем он стал аспирантом кафедры и блестяще защитил кандидатскую диссертацию. На пороге сорокалетия им была завершена докторская диссертация, в которой глубоко развивалась теория, к которой он был привлечен со студенческих лет. Связь с научным руководителем и с кафедрой никогда не прерывалась. В 2004 году Владимир Федорович становится профессором-совместителем нашей кафедры.

Все, кому довелось соприкоснуться с Владимиром Федоровичем в жизни и в работе, сохранят память о нем, как о талантливом ученом, добром и благородном человеке.

В. М. Тихомиров

О. Н. Борисова

О Владимире Фёдоровиче Борисове

Борисов Владимир Федорович родился 22 июля 1961 в небольшом подмосковном фабричном поселке Софрино в рабочей семье: отец, Федор Иванович - водитель грузовика, мать, Нина Леонтьевна - мастер смены на кирпичном заводе.

Учеником Володя был очень способным, он обладал не только математическими способностями, но и абсолютной грамотностью, интересовался историей, биологией. Был победителем школьных олимпиад, хотя его мышление не было, что называют, «олимпиадным»: решение любых задач всю его жизнь было скорее вдумчивым и глубоким, чем быстрым. Учителям обычной сельской школы было нелегко с ним, он выделялся как самородок в горе породы, преподавателям приходилось на уроках давать ему отдельные задания.

Владимир закончил школу с отличными оценками по всем предметам в 1978 году и поступил на механико-математический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова на специальность «математика».

Его научным руководителем стал Михаил Ильич Зеликин. Ученичество, а затем и научное сотрудничество с Михаилом Ильичем началось в 1981 году и продолжалось всю жизнь Владимира Федоровича, и даже после его смерти.

После окончания университетского курса в том же 1983 году Борисов поступил в аспирантуру механико-математического факультета.

Со временем учебы в аспирантуре была связана одна интересная история. Отец Владимира в это время вышел на пенсию по инвалидности и начал собирать сыну математическую библиотеку. Федор Иванович заводил знакомства в книжных магазинах, покупал и обменивал книги. Борисов-старший прославился в библиофильских кругах Москвы, как человек, закончивший только начальную школу, и собравший сыну замечательную подборку математических книг. При этом он, не разбираясь в содержании книг, помнил все купленные книги по авторам и цветам корешков.

В 1986 году Владимир Федорович закончил аспирантуру и в 1989 году защитил кандидатскую диссертацию на тему «Четтеринг режимы в теории оптимального управления». В 2000 году он защитил докторскую диссертацию на тему «Траектории с учащающимися переключениями разрывных гамильтоновых систем».

После окончания аспирантуры в 1986 году пришел работать на кафедру высшей математики в Московский Технологический институт, где работал до 2002 сначала ассистентом, потом доцентом, и затем профессором.

В 2002 году не только стал заведующим кафедрой математики и естественнонаучных дисциплин в Королёвском институте управления, экономики и институте управления, экономики и социологии, но и практически создал эту кафедру. В 2006 году по его инициативе и под его руководством на кафедре была открыта специальность «Математические методы в экономике» с присвоением квалификации «экономист-математик». Им были разработаны и апробированы авторские программы почти по всем математическим предметам. Смерть унесла его раньше, чем его первые студенты окончили курс, но некоторым из дипломников 2011 года Владимир Фёдорович успел поставить задачи.

В. Ф. Борисов - автор 40 научных и научно-методических работ, в том числе монографий: «Theory of Chattering Control with Application to Astronautics, Robotics, Economics and Engineering» Birkhauser, Boston, 1994, и «Особые оптимальные режимы в задачах математической экономики», Итоги науки и техники, Современная математика и приложения, Тбилиси, 2003 г. (обе - совместно с М. И. Зеликиным).

Он был руководителем Гранта РФФИ «Оптимальный синтез в окрестности особых экстремалей» (2005-2007 г.г.) и участником выполнения Гранта президента Поддержки ведущих научных школ Российской федерации.

Экспертный совет по математике механике и информатике Российского фонда Фундаментальных исследований отметил в числе лучших результатов, полученных в 2009 году, результаты проекта, выполненного под руководством профессора Борисова «Оптимальное управление в бесконечномерном пространстве». Основным результатом работы является бесконечномерное обобщение теоремы Зеликина-Борисова о синтезе оптимальных траекторий в гильбертовом пространстве.

В. Ф. Борисов работал на кафедре Общих проблем управления и лично с профессором М. И. Зеликиным почти 30 лет: он читал спецкурсы, вел спецсеминар вместе с Михаилом Ильичем, проводил занятия по оптимальному управлению со студентами сначала как почасовик, а с 1999 года работал на кафедре ОПУ профессором-совместителем. За день до своей смерти Борисов вместе с другими преподавателями кафедры оптимального управления принимал экзамен у студентов 4-го курса.

Внезапная смерть 9 января 2010 года унесла из жизни не только талантливого ученого, который в свои 48 лет мог бы многое сделать в науке, но и доброго, отзывчивого человека, любящего мужа и заботливого отца.

Константин Георгиевич Григорьев

Константин Георгиевич Григорьев (1932–2005) был специалистом по вычислительным методам оптимального управления.

Он родился 30 сентября 1932 г. в селе Казулино Издешковского района Смоленской области.

Его отец, Георгий Георгиевич Григорьев и его мать, Ольга Васильевна, были учителями математики. Во время Великой Отечественной войны отец сражался в партизанском отряде. Семья во время оккупации хлебнула лиха. После войны отец хотел пойти учиться дальше, но его послали в г. Козельск восстанавливать педучилище. Потом назначили директором школы. Получив через много лет площадь в Москве, Константин Георгиевич вызвал отца и мать в столицу. Георгий Георгиевич преподавал математику в колмогоровском интернате.

Константин Георгиевич в 1950 году с серебряной медалью окончил школу, где директором был его отец, и поступил на мехмат МГУ на отделение механики. На выбор высшего учебного заведения оказала влияние профессия отца и матери. Потом и сестра, и брат Григорьева также окончили мех-мат.

На мех-мате Константин Георгиевич учился в спецгруппе. Он любил свой курс и дружил со многими сокурсниками. И его любили на курсе: мне очень тепло говорили о Косте Григорьеве «лидеры курса» (как я их называю) самые приметные его сокурсники — В. Алексеев, Н. Бахвалов, В. Егоров, О. Лупанов. Учился Григорьев на хорошо и отлично. Научным руководителем его дипломной работы был Леонид Иванович Седов; впоследствии Григорьев был в заочной аспирантуре у Седова.

После окончания университета Григорьев был распределен в НИИТП, бывший Р-НИИ, «Ракетный» НИИ. Руководителем отдела был Георгий Иванович Петров. В 1960 году на работе возник производственный конфликт между молодыми сотрудниками этого института и научным руководителем. Молодые коллеги договорились, что начнет обсуждение Григорьев, а потом остальные его поддержат. А «остальные» промолчали, и «зачинщик» вынужден был уйти.

К. Г. Григорьев перешел во вновь образованный институт НИИГРАФИТ на должность руководителя группы лабораторий №10. В 1961 году он перешел в ЦАГИ к Владимиру Михайловичу Мясищеву на должность ведущего конструктора по расчетам, затем — ведущего конструктора особо сложных объектов авиационной и космической техники.

Константин Георгиевич мечтал вернуться на мех-мат. Для этого надо было защитить диссертацию. Он начал сотрудничать с В. Ф. Кротовым, в семинаре которого участвовал уже несколько лет. Вскоре наметилась тема диссертации. В 1971 году Константин Георгиевич перешел на преподавательскую работу в МАТИ — Московский авиационно-технологический институт имени К. Э. Циолковского. Выбор МАТИ был связан с тем, что В. Ф. Кротов заведовал там кафедрой высшей математики.

Вадим Федорович Кротов — ровесник Григорьева. Он не получил университетского образования, кончал МВТУ. Он был человеком, про которого говорят: «харизматическая личность». Его кандидатская диссертация, диссертация совсем молодого человека инженерной профессии, защищенная в 1961 году и посвященная математике, стала широко известна в научных и особенно инженерно-научных кругах. В ней он развил новый подход к теории достаточных условий экстремума, получивший название «принципа оптимальности Кротова». На семинаре Кротова Григорьев познакомился с И. В. Иословичем, выпускником мех-мата, который в шестидесятые годы занимался проблемами стабилизации спутников. Знакомство перешло в тесную дружбу и сотрудничество.

К. Г. Григорьев по работе был связан с космической тематикой. Его диссертация «Синтез оптимальных управлений в задаче стабилизации космических летательных аппаратов» была посвящена очень актуальной в ту пору тематике — управлению космическими аппаратами. Работа находилась тогда на острие интересов многих исследователей. В библиографии свыше семидесяти названий статей и книг, изданных, в основном, в течение последних полутора десятков лет. Назову некоторые термины и имена, которые я постоянно слышал от К. Г. при наших обсуждениях: *метод Крылова–Черноусько, метод кратных максимумов Гурмана* и, конечно же, *принцип оптимальности Кротова.*

Диссертация К. Г. Григорьева была представлена к защите в Институт Механики МГУ, и успешно защищена в 1975 году. Об этом периоде очень хорошо рассказано в воспоминаниях о Константине Георгиевиче его друга И. В. Иословича, публикуемых ниже.

Константин Георгиевич решил осуществить свою мечту — вернуться в родной Университет.

Году в 1978 ко мне подошел Владимир Михайлович Алексеев. В руках он держал листок бумаги. Это было заявление на имя декана от его сокурсника Кости Григорьева с просьбой зачислить его на нашу кафедру.

Положение дел у нас в то время было тяжелым: наша кафедра — Общих проблем управления (коротко ОПУ) — была на птичьих правах. Все ждали, что нас скоро разгонят. Не было Петровского, который организовал кафедру, умер Сергей Васильевич Фомин, на которого Петровский хотел возложить обязанности заведующего кафедрой. Ни Володя Алексеев, ни я не занимали никаких официальных постов. Но как-то сложилось так, что начальство предпочитало иметь дело со мной. Володя считал, что его подпись может все испортить — он был на плохом счету у партбюро и боялся своей подписью навредить делу. Я подписал бумагу.

Вскоре мы с Константином Георгиевичем познакомились. Я спросил его о том, чем он занимается. Оказалось, что численными методами оптимизации, а как раз этого у нас на кафедре недоставало.

Но «дело» его никак не двигалось. Наступил 1980 год. Сменился декан, вместо Алексея Ивановича Кострикина деканом стал Олег Борисович Лупанов. В конце года скончался Владимир Михайлович Алексеев, и тем самым оборвалась нить, которая связывала меня с Константином Георгиевичем. Но, несколько неожиданно для нас всех, все кончилось в пользу Константина Георгиевича. Надо поклониться памяти Олега Борисовича Лупанова: без его деятельного участия это событие не произошло бы.

В 1982 году К. Г. Григорьев стал членом нашей кафедры. Он стал читать лекции и вести упражнения по курсу «Вариационое исчисление и оптимальное управление» на спецпотоке, читать специальный курс и вести спецсеминар по численным методам решения задач оптимального управления, руководить курсовыми и дипломными работами. Очень много сил он отдал разработке практикума по численным методам в задачах оптимального управления. Тесные научные и творческие контакты у него образовались с коллегами из отделения механики.

У Константина Георгиевича была замечательная и редкая, особенно в нашей среде, черта: он был *участливым* человеком, умевшим проявлять действенную заботу о людях. Он заметил, что со мной что-то происходит. На вопрос: «Как дела?» я обычно отвечаю «Хорошо» или шуткой. Но Константин Георгиевич безо всякой моей просьбы к нему, предложил мне обратиться к врачам и настоял на том, чтобы я пошел на прием к его супруге, Галине Алексеевне, замечательному врачу, профессору, доктору медицинских наук. В итоге я лечился в больнице на Пироговке, и мне полегчало. (Такая же деятельная участливость по отношению к коллегам была свойственна только Гельфанду).

Возвращаясь из своих родных мест Константин Георгиевич привозил мед и говорил, что этот мед будет для меня целительным. Вспоминается и многое другое. Благодарность его памяти за эту участливость я сохраню навсегда.

Мы много разговаривали, говорили откровенно, но — так мы устроены — откровенно не до конца. Мы были разными людьми и инстинктивно боялись втянуться в спор. И еще в одном мы отличались. Я городской человек, проживший жизнь в окружении не то, чтобы благополучных, но все же не бедствующих людей. И когда, отправляясь куда-то, я вижу пустую, брошенную, заросшую бурьяном землю и разоренные деревни, я испытываю горечь, но не страдание, которое было уделом Константина Георгиевича. Ибо у меня в этих разоренных краях нет родных, а у него они были.

Константин Георгиевич был замечательным человеком, мужем, отцом, учителем, другом. Он вырастил учеников в области космической навигации, один из них — Максим Петрович Заплетин — был увенчан в 2010 году высокой международной премией.

Я навсегда сохраню добрую и благодарную память о нем.

В. М. Тихомиров

И. В. Иослович

О моем друге и соавторе Константине Георгиевиче Григорьеве

С Костей (Константином Георгиевичем) Григорьевым я познакомился в 1963 году на семинаре Вадима Федоровича Кротова в МАИ. Началось с того, что я услышал доклад Кротова на семинаре Понтрягина в математическом институте АН СССР. Очень увлекательно он рассказывал о всюду разрывных решениях вариационных задач. Зал был плотно набит. Мы быстро подружились. Он мне рассказал, что читает курс лекций в МАИ по своим новым результатам. Туда ходило много аспирантов, людей из разных «ящиков», в том числе, офицеры из академии им. Жуковского и сотрудники ЦАГИ. Я представил свои резоны начальству лаборатории в нашем ящике, что это уникальная возможность освоить новую перспективную теорию, но мне холодно ответили классической административной формулой: «Нет, тебе не надо.» Ну что же, я и без лекций прочел статьи Кротова и увидел, что их можно применить в моих задачах.

У Кротова был семинар в МАИ, он начинался часов в 6 вечера, я мог ходить туда после работы. Там было очень интересно, каждый доклад был событием.

Я вспоминаю эту атмосферу общего энтузиазма. Все были очень молоды, космическая программа была в самом разгаре, все делалось у нас на глазах.

Костя Григорьев был заметной фигурой на этом семинаре. Он был старше меня лет на восемь, учился в свое время на мехмате с Севой Егоровым и Володей Алексеевым. В это время он работал в Московском отделении ЦАГИ. Что в Косте подкупало - это восторженный интерес к науке. Это даже как-то было удивительно, учитывая его уже немаленький жизненный опыт. Мне как-то сразу стало ясно, что он очень хороший человек. Он всегда старался помочь всем вокруг, если был в силах и видел проблему, даже если к нему не обращались. Помочь – это не всегда требует сверх-естественных усилий, это прежде всего значит хотеть и смотреть вокруг. Боюсь, что теперь это стало совсем не типичным. Костин отец, так же, как и мой, был школьным учителем математики. Костина жена врач, как мой дедушка. Какие-то его старые родственники продолжали жить в деревне под Смоленском, и Костя каждый год ездил им помогать. Несмотря на восемь лет разницы в возрасте, мы с ним быстро подружились и часто обсуждали новые результаты, которые появлялись на семинаре. Вообще, как это бывает на хороших семинарах, все чувствовали себя как члены одной семьи. Казалось, так будет всегда, но все хорошее, как известно, кончается. Кротов ушел в МАТИ, потом в МЭСИ, потом в ИПУ, но это уже другая история, как говорят в сериалах.

Примерно в начале 1970 года Костя попросил, меня стать его научным руководителем. Мы напечатали несколько статей об оптимальном управлении вращением твердого тела около центра масс. Как правило, Костя вечером приезжал ко мне на Артековскую улицу, мы обсуждали очередную проблему сидя на кухне. Намечали путь решения, потом Костя делал все вычисления и писал все тексты, а я их правил. Он никогда не боялся большого об'ема работы, даже если перспективы успеха были проблематичны. Иногда Костя сам ставил задачу и показывал мне уже готовый результат. Теперь я думаю, что надо было из этих статей составить монографию, чтобы они были более известны. К сожалению, в Американском математическом обществе не нашлось грамотного специалиста, который бы организовал реферирование журнала «Космические исследования». Какие-то второстепенные функционеры решили, что этого делать не нужно. В результате, целый пласт очень ценных статей Лидова, Белецкого, Энеева, Сарычева и других остался вне базы данных по математике. Туда же не попала важная часть Костиных статей. К осени 1975 года диссертация была готова и представлена в Институт Механики МГУ. Защита прошла с большим успехом, и вскоре Костя перешел работать на кафедру Общих проблем управления в МГУ. Это было его давней мечтой.

Мы продолжали работать вместе и потом. Конечно, он что-то почерпнул из общения со мной, но мне кажется, я научился у него еще больше – самым разным вещам в отношении понимания жизни и людей. Это было очень ценно, ведь, как известно, жизненный опыт не держит общественную школу, а только дает частные уроки.

Кстати, Костя никогда ни о ком не отзывался плохо. Если у него случались конфликты, я узнавал об этом только стороной. Наоборот, если кто-нибудь ему помогал, он всегда об этом рассказывал с благодарностью. Сам он помог очень многим, самые разные люди мне об этом рассказывали уже после его смерти.

Костя и его жена, прекрасный врач Галина Алексеевна, мне очень помогли, когда серьезно заболел мой отец. В это время я обращался ко всем, кого знал, но помог именно Костя. Вообще, Костю любила вся моя семья и, когда он у нас появлялся, то обычно первым делом вместе с нашим ребенком исполнял на два голоса песню «Поливальная машина». Такая была традиция, которая всем доставляла массу удовольствия. Песня состояла только из этих двух слов и исполнялась в разных тональностях.

Мне его очень нехватает.

Олег Вячеславович Локуциевский

Олег Вячеславович Локуциевский (1922–1990) — выдающийся математик, жизнь которого была связана с двумя замечательными московскими научными центрами — Московским университетом и Институтом прикладной математики им. М. В. Келдыша.

О. В. Локуциевский родился 11 ноября 1922 г. в Новосибирске. В 1937 году семья переезжает в Москву. Об отце, матери Олега Вячеславовича и о причине переезда в Москву можно прочитать в отрывке из воспоминаний вдовы Олега Вячеславовича Тамары Викторовны, помещенном в конце этого очерка.

Огромную роль в жизни Олега Вячеславовича сыграл механико-математический факультет МГУ. Еще в школьные годы он стал посещать кружки при МГУ и получил первую премию на седьмой Московской математической олимпиаде 1941 г. И потом на протяжении значительной доли своей жизни он с большим увлечением занимался со школьниками и мехматскими младшекурсниками. В том же 1941 году юноша поступает на мех-мат. Шла война, Олег Вячеславович был призван на нестроевую службу, где он провел около трех лет, и в итоге он кончил мех-мат только в 1948 году.

В студенческие годы Локуциевского увлекла топология, и его научным руководителем стал Павел Сергеевич Александров. По окончании университета Олег Вячеславович поступает в аспирантуру к Александрову. Тот ставит перед своим аспирантом некоторые проблемы, связанные с теорией размерности.

Начала этой теории были заложены Пуанкаре, Лебегом и Брауэром. Пуанкаре предложил индуктивное понятие размерности, Лебег — определение при помощи кратности покрытий. Теория была глубоко развита П. С. Урысоном. Исследования Урысона были далеко продвинуты П. С. Александровым. Может вызвать удивление тот факт, что до 1949 г. не было известно, совпадают или нет эти два определения. Как пишут в своем обзоре, посвященном топологии, в книге «Математика в СССР за сорок лет» П. С. Александров и В. Г. Болтянский: «А. Л. Лунцем [в работе в ДАН 66 (1966)] построен пример бикомпакта R, $\mathrm{ind} R$ которого не совпадает с размерностью $\dim$, определяемой посредством покрытий. [...] Этот замечательный результат был затем усилен и получен посредством более простой конструкции О. В. Локуциевским». Некоторое время был открыт вопрос о возможности повышения размерности при открытых отображениях. Первый пример повышения размерности на единицу одномерного компакта при открытом отображении был построен А. Н. Колмогоровым. Олег Вячеславович, усовершенствовав пример Колмогорова, построил отображение одномерного компакта на кубы любых размерностей и даже на гильбертов куб. Этот результат составил его кандидатскую диссертацию, защищенную в 1951 году.

Олег Вячеславович был прекрасным студентом, прекрасным аспирантом и общественником. Его кандидатура была предложена для оставления на мех-мате, но этого не произошло (как это нередко случалось в ту пору) по анкетным соображениям.

Олег Вячеславович поступил в ОПМ — Отделение прикладной математики при Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР,— которое именно тогда, в 1951 году, начал формировать М. В. Келдыш (ныне Отделение прикладной математики выделилось в Институт прикладной математики, носящий имя М. В. Келдыша). Целью Института было создание новой науки — компьютерной вычислительной математики.

В обеспечении кадрами ОПМ принимал участие И. Г. Петровский. По его рекомендации туда были направлены математики, успешно кончившие мех-мат *вне зависимости от узкой специализации.* Так в ОПМ для выполнения работ по созданию ядерной бомбы попали общие топологи Я. М. Каждан и О. В. Локуциевский, специалист в области комплексного анализа М. А. Евграфов и другие. Мысль о том, что те, кто проявил себя на мехмате, способен освоить любую научную профессию, оправдалась. О. В. Локуциевский стал выдающимся специалистом в области вычислительной математики.

В некрологе О. В. Локуциевского, опубликованном в «Успехах математических наук» (т. 46, вып. 2 за 1993 г.) говорится, что О. В. Локуциевскому «пришлось иметь дело с уравнениями гидродинамики с учетом теплопроводности, причем, расчету подлежали процессы, сопровождавшиеся образованием тепловых и ударных волн, контактных разрывов волн разряжения и их взаимодействие. В 1953-54 гг. им совместно с И. М. Гельфандом и В. Ф. Дьяченко была разработана одна из первых в стране методик решения таких задач на ЭВМ.

За проведение важных расчетов, заказчиками которых были Я. Б. Зельдович, А. Д. Сахаров и другие физики, О. В. Локуциевский был награжден орденами Ленина, Трудового Красного Знамени и удостоен Государственной премии СССР.

О. В. Локуциевский был одним из авторов широко используемого теперь для практики метода прогонки, а также континуального замыкания этого алгоритма.

Значение этой работы велико и в том смысле, что она была одной из первых, формулирующих новые требования к алгоритмам, которые связаны с реализацией на ЭВМ, когда многие миллионы операций совершаются без контроля со стороны человека. [...]

Наряду с интенсивной работой в области прикладной математики, О. В. Локуциевский продолжал свои топологические исследования. Он ввел и тщательно изучил понятие пространства относительной топологии, обобщающее относительную метрику Мазуркевича–Урысона, и построил примеры, решающие две связанные с относительной метрикой проблемы Урысона. Это составило его докторскую диссертацию, защищенную в 1965 г. О. В. Локуциевский продолжал свои топологические исследования и после защиты диссертации. Он искал и нашел «правильные» определения «малой» и «большой» индуктивных размерностей, которые для компактов давали совпадение с размерностью, определяемой при помощи покрытий.

В работе «Об аппроксимации некоторых функциональных компактов конечномерными» Олег Вячеславович связывает вопросы аппроксимации с поперечниками Урысона. Эта работа интересна еще и тем, что задача экономной аппроксимации функциональных компактов связана с задачами вычислительной математики.»

Истинным призванием О. В. было просветительство. Говорилось о том, что он был руководителем школьных кружков в студенческие и аспирантские годы. О его вдохновенной работе во Второй школе, где Олег Вячеславович преподавал с 1965 по 1969 год, можно прочесть в статье, публикуемой ниже, написанной его учеником М. Б. Гавриковым. Олег Вячеславович с большим воодушевлением принял предложение Ивана Георгиевича Петровского стать профессором-совместителем на новой кафедре на мех-мате, нашей кафедры — общих проблем управления и проработал на кафедре свыше двадцати лет. Велика его роль в формировании научной программы кафедры. Его личность, благородная и бескорыстная, способствовала созданию той творческой атмосферы дружелюбия и взаимопомощи, которая сложилась на кафедре. Огромный труд вложил О. В. Локуциевский в новый и богатый идеями курс методов вычислений (созданный им вместе с К. И. Бабенко), который они читали все эти годы.

Олег Вячеславович был человеком возвышенной порядочности. Он отказался от выдвижения в академию, сказав, что разговор о его выдвижении может идти лишь после того, как изберут Константина Ивановича Бабенко; он отказывался от защиты докторской диссертации по совокупности своих выдающихся достижений в вычислительной математике, считая своим долгом завершить свои планы в своей изначальной специальности — топологии; он стал старшим научным сотрудником лишь после того, как М. В. Келдыш случайно узнал, что работник его института, имеющий выдающиеся заслуги, так и остается младшим научным сотрудником.

Олег Вячеславович имел широкий круг интересов — музыка, поэзия, литература, он живо откликался на все текущие события жизни, был верным товарищем, интересным собеседником. У Олега Вячеславовича была прекрасная семья, его жена Тамара Викторовна была замечательным, редкостным человеком. Они воспитали сына и дочь, которые тоже окончили наш факультет. Внук Олега Вячеславовича стал сотрудником нашей кафедры.

В. М. Тихомиров

Т. В. Локуциевская

Об Олеге Вячеславовиче Локуциевском

К сожалению, у меня не сохранились архивы, надо бы поискать их в Москве: 10 лет назад (может быть 12) из Иркутска приезжали какие то ребята, которые забрали архивы для диссертации, вероятно, о революционных деятелях Сибири. Правда, кажется, они всё вернули где-то через полгода. Но я помню только то, что изустно слыхала от Олега Вячеславовича, его мамы и няни.

Отец Олега Вячеславовича – Вячеслав Иосифович Локуциевский, происходил из семьи крупных польских магнатов, которые были высланы в Сибирь во время польского восстания. Один из братьев этой семьи был приговорён к смертной казни, другой к сибирской каторге. Брат, приговорённый к высылке в Сибирь, бежал, передав свои документы брату, приговорённому к смерти, и этот второй брат и был выслан в Сибирь. Таким образом, предки Олега Вячеславовича оказались в Иркутске и сохранили свои революционные традиции.

Отец Олега Вячеславовича – Вячеслав Иосифович, не раз сидел в царских тюрьмах, заболел там туберкулёзом (при этом он окончил Университет как инженер-мостовик). Тётка Вячеслава Иосифовича – весьма важная дама, носила в муфте заключённым записки, прокламации и орудия для бегства. В Иркутске в краеведческом музее есть или была (не знаю как сейчас) стена, посвящённая революционной деятельности семьи Локуциевских. Во время революции Вячеслав Иосифович был комиссаром ЧК и устанавливал Советскую власть в Сибири. Но, поняв кровавый характер новой власти, своевременно ушёл из политики и работал начальником строительства мостов и нескольких новых железнодорожных веток. Позже он организовал научно-исследовательский строительный институт в Новосибирске, в котором, кстати, был впервые создан железобетон. У нас есть несколько томов-выпусков этого института.

В 1937 году, когда начались повальные аресты, по просьбе жены Вячеслав Иосифович бросил в Новосибирске дом, работу директора института и уехал с семьёй в Москву. Прожил он здесь недолго – он простудился в одной из командировок, заболел воспалением лёгких, возобновился туберкулёз и в 1939 году он умер.

Интересно, что в начале перестройки (ещё был жив Олег Вячеславович) к нам приходил корреспондент, который изучал жизнь узников Александровского централа (отец Олега Вячеславовича в своё время там сидел). Корреспондент уверял нас, что Вячеслав

Иосифович был расстрелян в тюрьме, и не верил в его смерть в собственной постели. Проработав досконально это странное расхождение, корреспондент обнаружил, что было распоряжение об аресте Вячеслава Иосифовича, но, так как его не оказалось в Сибири, то расстреляли его родственника с той же фамилией, но именем Викентий, а не Вячеслав.

Теперь о матери Олега Вячеславовича – Наталье Александровне. Её отец – дед Олега Вячеславовича, в семилетнем возрасте вместе со своей татарской деревней был крещён в реке попом Гаврилой, после чего вся деревня получила фамилию – Гаврилов. И этот татарский мальчик при «гнусном» царизме, так говорил мой папа, закончил юридический факультет Университета и дослужился до действительного статского советника – он был председателем суда в Екатеринбурге. Естественно, что перед приходом красных в Екатеринбург, он бежал – ведь Ленин особенно уничтожал судейских. Бежали всей семьёй на восток в двух кибитках: в одной дед Олега Вячеславовича с женой, в другой – его единственная 22 -летняя дочь Наташа с кузиной. Добежали они до Иркутска, а после Иркутска в метель разминулись и потерялись. И Наташа с сестрой вынуждены были без средств вернуться в Иркутск. Там девушки сняли комнату и нашли работу – подавальщицами в ресторане. Наташу – девушку очень красивую – хозяйка послала обслужить комиссара, после чего хозяйка обругала Наташу, сказав, что комиссар недоволен и послала её снова. Наташа, выйдя второй раз, довольно гневно выговорила комиссару за его «барское» поведение и тут же около столика упала в обморок. Очнулась она через 2 недели в больнице – у неё оказался тиф. Вы́ходил её комиссар, который ежедневно приносил еду, лекарства и даже цветы. Вскоре они поженились. Комиссар – Вячеслав Иосифович Локуциевский, спас и отца Натальи Александровны, а мать её тогда же умерла от тифа ...

М. Б. Гавриков

Олег Вячеславович Локуциевский и Вторая математическая школа

Я познакомился с Олегом Вячеславовичем Локуциевским в 1965 году, когда поступил в 7-й класс 2-й школы. В те годы преподавание математики во 2-ой школе было двухуровневым. С одной стороны, давалось базовое образование в рамках обязательной программы, которую проходили с нами «обычные» учителя. С другой, – были занятия по специальной программе, составленной приглашенными известными математиками (И. М. Гельфандом, Е. Б. Дынкиным, Ю. И. Маниным, Б. В Шабатом и др.). Они же и занимались со школьниками.

Одним из таких математиков был О. В. Локуциевский — известный тополог и, одновременно, специалист в области вычислительной математики, работавший в Институте прикладной математики АН СССР.

Именно он взял шефство над нашим 7 «А» классом, и с тех пор четыре года, вплоть до окончания школы, мы испытывали научное и человеческое влияние этого незаурядного человека.

Начиная с 7-го класса, занятия по спецматематике строились по университетскому принципу. В частности, нам не ставили оценок, но в конце семестра устраивали зачет и экзамен с оценкой.

Темы занятий в 7-м классе были традиционными: метод математической индукции, раскраска карт с обсуждением проблемы четырех красок, классификация правильных многогранников, теория делимости, включая основную теорему алгебры, элементы комбинаторики, бином Ньютона, классические неравенства и пр.

Тщательно подбирались задачи, которые сначала предлагались для самостоятельного решения, а затем подробно разбирались на занятиях. Обстановка на уроках по спецматематике в целом напоминала занятие математического кружка, но уровень занятий был весьма высоким.

В 8-м классе Олег Вячеславович читал лекции потоку 8-х классов, а семинары вели его помощники (в нашем 8 «А» классе их вел ведущий сотрудник ИПМ Леонид Григорьевич Хазин).

В первом семестре читалась теория множеств. Олегу Вячеславовичу удалось доступно изложить понятия и результаты канторовской теории множеств, прежде всего, связанные с мощностью множеств. Конспект этих блестящих лекций, составленный самим Олегом Вячеславовичем, был отпечатан и выдан каждому слушателю. Сейчас эти материалы стали раритетом.

Во втором семестре читалась топология: индекс замкнутой кривой относительно точки, теорема о неподвижной точке; основательно обсуждалось топологическое доказательство основной теоремы алгебры. Для этого подробно изучались комплексные числа и элементарные функции.

Эта часть курса изобиловала нетрадиционными подходами. Например, натуральный логарифм определялся через площадь криволинейной трапеции под графиком гиперболы, а комплексные числа понимались, как минимальное расширение поля вещественных чисел, в котором разрешимо уравнение $x^2 = -1$.

В 9-м классе Олег Вячеславович и Борис Владимирович Шабат объединили в один поток четыре класса (девятые классы «А», «Б», «В» и «Г»), и стали читать лекции этому большому потоку. При этом уменьшилась возможность для личного общения с Олегом Вячеславовичем. В девятом классе Борис Владимирович прочитал классический курс линейной алгебры, а в десятом — курс теории функций комплексного переменного. Олег Вячеславович в эти годы рассказал про метрические пространства, ввел ряд топологических понятий и перешел к непрерывным функциям. После этого он начал читать дифференциальное и интегральное исчисление (9-й класс). Под конец обучения он рассказал основы теории меры и интеграла Лебега (первый семестр десятого класса).

Главной целью занятий было формирование у слушателей математической культуры, развитие мышления на базе современных математических понятий, языка и результатов. Понять, что такое математика, только из школьной программы (при всей ее важности) невозможно. Современная математика говорит на другом языке, она решает другие задачи. Приобщить ребят к миру «взрослой» математики, помочь им обжиться в этом мире, а заодно понять, хотят ли они дальше жить в нем, и было целью обучения.

Поэтому отсутствовало «натаскивание» на решение задач с целью победы на олимпиадах. (Разумеется, такие победы приветствовались, но были частным делом каждого ученика). В этом проявлялся и научный и государственный подход к математическому образованию: приоритет отдавался постижению универсальной картины математического мира, а не мозаичным представлениям о нем. Именно такой подход дает на выходе людей, способных глубоко разбираться в проблемах математики и смежных наук (механики, физики, астрономии, биологии, экономики и др.) и решать возникающие в этих областях сложные задачи.

Олег Вячеславович был не только крупным математиком, но тонким ценителем и знатоком музыки, живописи, литературы. Его исключительная порядочность создавала на занятиях непередаваемую атмосферу благожелательности, одухотворенности и принципиальности.

Олег Вячеславович не делил учеников на бездарных и одаренных, перспективных и безнадежных. Он готов был возиться с каждым. В то же время, Олег Вячеславович не был добреньким. Он был нетерпим к пошлости и низости, само его присутствие буквально очищало мысли, речь и душу. Вероятно, здесь проявился некий общий закон: достичь больших высот в той или иной области знаний могут, в основном, люди разносторонние и духовно неиспорченные.

С позиций сегодняшнего дня отчетливо понимаешь, насколько уникальным культурным явлением была Вторая школа тех лет. В ее становлении огромная заслуга тогдашнего (и нынешнего) директора школы Владимира Федоровича Овчинникова, которому удалось, преодолевая многие препоны, собрать под общей крышей выдающихся ученых и наладить совместную работу.

В то же время Вторая школа — продукт советской цивилизации с ее приоритетом духовности, культуры знаний и востребованностью этих знаний обществом. По этой причине вряд ли в обозримом будущем станет возможным воссоздание подобного культурного феномена.

Лазарь Аронович Люстерник

Л. А. Люстерник (1899–1991) — один из создателей, наряду со Л. Г. Шнирельманом, нового фундаментального раздела математики — топологических методов в анализе. Он внес значительный вклад в развитие функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, численного анализа и ряда других математических дисциплин.

Л. А. Люстерник родился в небольшом польском городке Здунска Воля, близ Лодзи 31 декабря 1899 года. В начале Первой мировой войны, желая избегнуть немецкой оккупации, он был вынужден перебраться в Смоленск. (Сёстры его остались в Польше и погибли во Вторую мировую войну.)

Люстерник поступил в Смоленскую гимназию (в которой ранее учился и которую в 1913 году закончил Павел Сергеевич Александров). В 1918 году, по окончании Смоленской средней школы (так стала именоваться гимназия), он поступает в Московский университет на физико-математический факультет.

Лазарь Аронович Люстерник принадлежал к блестящей плеяде учеников Николая Николаевича Лузина.

Об этом времени П. С. Александров писал так: «То были годы необычайного подъёма и увлечения внезапно открывшимися новыми творческими возможностями, годы подлинного цветения для многих молодых людей, впервые вкусивших радость творческого соприкосновения с наукой. Мало найдётся в истории математики периодов столь горячего энтузиазма, как начало двадцатых годов в Московском университете, когда в столь короткий срок, буквально в несколько лет, возникла большая научная школа, в значительной степени определившая развитие математики в нашей стране и сразу выдвинувшая целый ряд выдающихся учёных». Одним из наиболее ярких представителей в этом ряду был Лазарь Аронович Люстерник.

По окончании Университета (1921 г.) Лазарь Аронович был оставлен при нем в качестве «научного сотрудника 2 -го разряда». С организацией института аспирантуры (1922 г.) он становится аспирантом Института математики и механики МГУ.

В 1924 г., будучи аспирантом, Лазарь Аронович впервые выступает с докладом в Московском математическом обществе и сдает в печать первую научную работу. Лазарь Аронович обладал замечательным чувством юмора. После своего первого доклада на Московском математическом обществе, он был принят в члены этого общества, и тогда же ему был вручён ключ от специального туалета, куда допускались лишь члены Общества. «Это был первый закрытый распределитель в моей жизни», — так комментирует Лазарь Аронович этот эпизод.

Его «выпускная аспирантская работа» «Прямые методы вариационного исчисления» (1926 г.) по представлению Института математики и механики МГУ награждается премией Наркомпроса. В 1927 году Лазарь Аронович становится приват-доцентом МГУ и начинает читать там свои первые специальные курсы. В 1928 году участвует в работе Международного математического конгресса в Болонье, где он выступил с докладом «Топологические методы в дифференциальной геометрии.» В том же 1928-ом году он избирается на должность профессора Нижегородского Госуниверситета. Но там он работал недолго.

В 1930-ом году Люстерник становится профессором МГУ (в звании профессора, а одновременно и в степени доктора физико-математических наук, он утверждается в 1935-ом году с образованием в нашей стране ВАКа).

Широта научных интересов Лазаря Ароновича была необыкновенной: дифференциальные уравнения, топология, вариационное исчисление, функциональный анализ, геометрия, вычислительная математика, специальные функции и многое другое. Люстерник был и геометром и аналитиком. Для его математического стиля характерно движение от простого к сложному, в основе далёких обобщений у него всегда лежала простая модель.

Обо всём этом он впоследствии сказал в стихах:

«Я стал работать в направленьях
Тогда в Москве совсем не модных –
Вариационном исчисленьи
Задачах в частных производных...
Я метод сеток развивал.»

В 20-ые - 30-ые годы Лазарь Аронович (совместно со Львом Генриховичем Шнирельманом) создаёт совершенно новую математическую область — топологические методы нелинейного анализе. Лазарь Аронович вводит новый гомотопический инвариант — категорию, и в работе, совместной с Л. Г. Шнирельманом, успешно применяет это понятие к оценке числа критических точек гладкой функции на гладком многообразии. Итогом их исследований явилось решение классической проблемы Пуанкаре о трех геодезических, и этот результат вошел в число высших мировых достижений нашего века в математике. (Об этом направлении рассказывалось в моей совместно с В. В. Успенским статье о Л. Г. Шнирельмане, опубликованной в альманахе «Математическое просвещение».)

Предвоенные исследования Лазаря Ароновича были посвящены теории обыкновенных дифференциальных уравнений (им были получены замечательные результаты по качественному поведению собственных функций нелинейных задач типа Штурма-Лиувилля), функциональному анализу (доказанная им теорема о касательном пространстве лежит в самой основе современной теории экстремальных задач, об этом также пойдёт речь далее), геометрии (общеизвестным стало его обобщение классического неравенства Брунна-Минковского об объёме суммы выпуклых тел на случай произвольных множеств).

С 1934 года Лазарь Аронович, не прекращая связи с нашим факультетом, стал работать в Математическом Институте им. В. А. Стеклова АН СССР. В годы Войны под его руководством там выполнялись спец-исследования оборонного значения. В частности, им были разработаны и внедрены таблицы, позволяющие штурманам самолётов быстро определять по данным прибора положение самолёта. Для реализации этой работы требовались вычисления большого объёма. Это привело к необходимости создания и совершенствования вычислительных средств. Л. А. Люстерник проявил глубокое понимание перспектив развития прикладной математики. Некоторые его ученики и сотрудники уверяли меня, что сами термины «вычислительная математика» и «вычислительная техника» были впервые употреблены Лазарем Ароновичем!

В 1942 году Лазарем Ароновичем была в кратчайший срок (что было обусловлено органами НКВД) решена задача о составлении таблицы для определения курсового угла и расстояния — необходимые для пилота сведения. Они до Войны вычислялись достаточно сложно. В разработанной таблице по координатам начального и конечного пунктов сразу же определялись путевые углы и длина при следовании по геодезической. Для этого две функции трёх переменных были представлены, как суперпозиции функций двух переменных — одна точно, а другая с достаточной степенью приближения.

Лазарь Аронович был избран член-корреспондентом АН СССР в 1946 г., в том же году он был удостоен звания лауреата Сталинской премии – высшего премиального отличия в те времена.

В послевоенные 40-ые годы, когда развернулась работа по созданию, как тогда называли, «отечественых АЦМ» (автоматических цифровых машин), Л. А. Люстерник стал заведующим отделом Института точной механики и вычислительной техники АН СССР. Он был одним из инициаторов открытия в СССР такого института, также как и создания в МГУ и в некоторых других вузах нашей страны кафедр вычислительной математики. Лазарь Аронович активно занялся совершенно новым для того времени кругом проблем, связанных с программированием. Благодаря нему в СССР появилась первая научная группа по работе на вычислительных машинах, а затем и первая советская книга по программированию (Л. А. Люстерник, А. А. Абрамов, В. И. Шестаков, М. Р. Шура-Бура «Решение математических задач на автоматических цифровых машинах», М.: Изд-во АН СССР, 1952). Лазарь Аронович явился и первым в СССР лектором по курсу методов программирования.

В 50-ые - 60-ые годы у Лазаря Ароновича происходит новый творческий взлёт — и появляется блестящий цикл его работ (совместных с Марком Иосифовичем Вишиком) по асимптотическим разложениям решений уравнений с малым параметром, задачам с барьерами и с быстро меняющимися граничными функциями, по возмущению несимметрических матриц и операторов.

Огромную роль сыграл Л. А. Люстерник в самой истории механико-математического факультета МГУ. Он был первым, кто прочел на факультете курс лекций по функциональному анализу и открыл по нему (совместно с Абрамом Иезекииловичем Плеснером) научно-исследовательский семинар. Вместе с Михаилом Александровичем Лаврентьевым он коренным образом модернизировал университетский курс вариационного исчисления. Одним из первых он объявил факультетский семинар по вычислительной математике — еще до организации соответствующей кафедры, профессором которой он впоследствии работал (до перехода на кафедру Общих проблем управления). Он же организовал затем семинар по математическим вопросам управления производством. Добавим, что он был первым заведующим кафедрой функционального анализа мех-мата МГУ, был среди организаторов первых Московских школьных математических олимпиад, первым ответственным редактором журнала «Успехи математических наук». Среди учеников Л. А. Люстерника свыше пятидесяти кандидатов и около двадцати докторов наук, среди них — И. Я. Акушский, С. А. Смоляк, В. И. Соболев, В. А. Треногин, А. И. Фет, Э. С. Цитланадзе.

С приходом на кафедру ОПУ Лазарь Аронович сразу же стал читать на ней специальные курсы и вести научно-исследовательские семинары. Именно на нашей кафедре он занялся разработкой нового научного направления — вероятностных методов в теории специальных функций. Незадолго до своей кончины им была опубликована основополагающая статья и в этой области.

Перу Л. А. Люстерника принадлежит множество замечательных книг: «Топологические методы в вариационных задачах» (совм. с Л. .Г. Шнирельманом), «Основы вариационного исчисления» и «Курс вариационного исчисления» (совм. с М. А. Лаврентьевым), «Элементы функционального анализа» и «Краткий курс функционального анализа» (совм. с В. И. Соболевым), «Геодезические линии», «Выпуклые фигуры и многогранники».

С 1969 года под редакцией Л. А. Люстерника на мехмате МГУ стали выходить сборники трудов из серии «Математические вопросы управления производством». Серия возникла в связи с работой одноименного семинара под его руководством, но в дальнейшем включила в свой круг интересов и другие исследования, проводившиеся на кафедре ОПУ. Всего было издано девять сборников этой серии.

Последние годы своей жизни Лазарь Аронович провёл на кафедре Общих проблем управления. До этого он работал на кафедре вычислительной математики, которая после организации нового университетского факультета — Вычислительной математики и кибернетики, перешла туда. Но Лазарь Аронович не пожелал расставаться с мех-матом и из всех кафедр мех-мата выбрал нашу. Я всегда воспринимал это как подарок судьбы.

В 1975 году Лазарь Аронович вышел на пенсию. Незадолго до этого он определил тот момент, когда профессор МГУ должен выходить на пенсию. Многие знают, что для того, чтобы открыть парадную дверь главного входа в МГУ требуются немалые усилия. Лазарь Аронович пошутил как-то, что профессор МГУ может работать лишь до того момента, когда он сам без посторонней помощи может открывать эту дверь.

Лазарь Аронович Люстерник скончался 23 июля 1981 года.

В память о нем в сентябре 1999 года кафедра ОПУ, совместно с МИ РАН и Международным Банаховым центром, провели в Варшаве и Бендлево (близ Познани) мини-симпозиум, посвященный 100 -летию со дня рождения Лазаря Ароновича Люстерника.

В. М. Тихомиров

Алексей Алексеевич Милютин

Алексей Алексеевич Милютин (1925–2001) был выдающимся математиком, ему принадлежат фундаментальные результаты в функциональном анализе, вычислительной математике и теории экстремальных задач. Творчеству А. А. Милютина посвящена статья его учеников А. Б. Дмитрука и Н. П. Осмоловского, помещенная во второй части этого сборника.

Алексей Алексеевич Милютин родился 27 июля 1925 г. в Москве. Его родители — Алексей Павлович Милютин и мать Ольга Самойловна Вейланд — были революционерами. В первые послереволюционные годы они принимали активное участие в партийном и государственном строительстве, а затем были на журналистской работе: отец был редактором на радио, мать в издательстве журнала «Работница».

Школьные годы А. А. пришлись на предвоенное и военное время. В 1941-42 годах Милютины были в эвакуации, сначала под Рязанью, затем в Татарии, где А. А. окончил девятый класс. Аттестат об окончании школы он получил в Москве. По возвращении из эвакуации он завершил среднее образование на специальных курсах при Московском государственном университете.

В 1943 году он поступил на Мех-мат, окончил его в 1948 году и поступил в очную аспирантуру (его научным руководителем был В. В. Немыцкий). О его кандидатской диссертации рассказано в статье А. Б. Дмитрука и Н. П. Осмоловского.

Затем в творческой судьбе Алексея Алексеевича произошел существенный поворот: Милютин получил направление в Институт физических проблем для расчётов, связанных с ядерной тематикой, возглавлявшихся Л.Д. Ландау. А. А. Милютин выявил на новом поприще замечательные способности, и когда в 1954 году Н. Н. Семенов решил организовать в своем Институте химической физики вычислительную группу, организация ее была возложена на Л. А. Чудова и А. А. Милютина, который по просьбе Н. Н. Семенова перешел в институт Химфизики. Там Милютин осуществил подготовку группы вычислителей высшего класса, с которой осуществлял работы, имевшие исключительную прикладную актуальность, например, о возможности обнаружения ядерных взрывов в воздухе и под землей.

В начале шестидесятых годов А. А. Милютину была предоставлена возможность более активно заниматься теоретическими исследованиями. Он, совместно со своим другом А. Я. Дубовицким, выбрал для исследования теорию оптимального управления.

В течение прошедшего полувекового периода очень многие математики во всем мире испытывали и испытывают влияние творчества А. А. Милютина. Я причисляю Алексея Алексеевича к числу своих учителей. Очень многим обязана ему наша кафедра Общих проблем управления.

А. А. Милютин трудился до последней минуты своей жизни: он умер, выступая на своем семинаре, 20 апреля 2001 года.

В. М. Тихомиров

Н. П. Осмоловский

Мои первые встречи с Алексеем Алексеевичем Милютиным

Я познакомился с Алексеем Алексеевичем в 1969 году. Будучи студентом 2-го курса, я должен был выбрать научного руководителя. Герман Юрьевич Данков посоветовал мне идти к А. А. Милютину. «За три года Вы многому у него научитесь», — сказал Данков. Герман Юрьевич немного ошибся: «учеба» продолжалась более тридцати лет.

В то время Алексей Алексеевич начал работать на полставки на недавно организованной кафедре Общих проблем управления. Он защитил докторскую диссертацию, посвященную принципу максимума для задач с фазовыми ограничениями. Вместе со своим другом и коллегой А. Я. Дубовицким Милютин разрабатывал тогда принцип максимума для задач со смешанными ограничениями.

Наше общение началось с того, что А. А. предложил мне несколько задач по функциональному анализу разной степени сложности. Среди них была и такая. Пусть в банаховом пространстве имеется конус K такой, что алгебраическая разность $(K - K)$ есть все пространство. Доказать, что если линейный (в алгебраическом смысле) функционал неотрицателен на K, то он непрерывен. Через некоторое время А. А. встречает меня в клубной части Главного здания и спрашивает: «Ну как, решили задачи» «Не все», — отвечаю я. «Ну, приходите ко мне в институт, поговорим». Основным местом работы А. А. был Институт химической физики АН, возглавляемый тогда Нобелевским лауреатом академиком Н. Н. Семеновым. В институте А. А. занимался счетом прикладных задач на ЭВМ. По-видимому, у него был особый дар вычислителя. Он говорил, что по звуку работы компьютера можно иногда определить, правильно ли идет счет. Семенов относился к Милютину с большим уважением и позволил ему иметь свободный режим работы. Благодаря этому А. А. в основном работал дома, занимаясь любимым делом: математикой, а также ухаживая за двумя любимыми чадами: маленькой Катей и старшей Ирой. А. А. был замечательным отцом и всегда трогательно заботился о своих девочках. Жена Алексея Алексеевича, Полина Вульфовна, работала врачом-терапевтом в поликлинике АН. Ей, в отличие от А. А., приходилось, конечно, бывать на работе, поэтому дневные заботы о дочерях в основном ложились на А. А. Это его нисколько не тяготило, а скорее наоборот, доставляло радость и удовольствие. На своем 75-летии А. А. сказал, что его лучшие теоремы - это Ира и Катя.

Но вернемся в зимний вечер конца 69 года, когда состоялась наша первая продолжительная встреча с А. А. В назначенное время я явился в деревянный флигель на Ленинских Горах, наверху которого помещалась лаборатория вычислительных методов. Мы подробно обсудили решения всех поставленных А. А. задач, в том числе и тех, которые мне не удалось решить, а потом беседа перешла на другие темы: учеба, увлечения, планы на будущее. Помню то приподнятое настроение, в котором я покинул флигель на Ленинских Горах. В жизни появились новые краски и радужные перспективы.

С этого момента наши встречи с А. А. стали регулярными. Я стал ходить на его семинар, на котором получил тему своей первой курсовой работы. Помню, что для ее выполнения мне пришлось изучить принцип максимума для задач с фазовыми ограничениями по большой статье Дубовицкого и Милютина 1965 г., напечатанной в 6-м номере ЖВМ и МФ. Это - замечательная работа, очень просто и ясно написанная, содержащая рецепты того, как следует выписывать необходимые условия экстремума в разных классах задач с ограничениями. Впоследствии описанный в ней метод приобрел большую популярность и стал называться схемой Дубовицкого-Милютина. Метод позволял получать как все известные тогда необходимые условия первого порядка, так и некоторые новые, например, принцип максимума для фазовых ограничений. Кроме того, в статье содержался подход к получению условий второго порядка, названный методом критических направлений. Этим методом весьма просто можно было вывести условия второго порядка в гладких задачах с неравенствами, например, в математическом программировании. К сожалению, очевидные, с точки зрения доказательств, результаты по условиям второго порядка не были в статье даже сформулированы, что впоследствии привело к появлению аналогичных, но менее полных результатов на эту тему. Положение частично было исправлено лишь спустя 8 лет, когда условия второго порядка, вытекающие из статьи 65 года, были опубликованы и доказаны, правда, в качестве иллюстрации другой, более полной теории условий высших порядков. Аналогичная ситуация сложилась и с условиями первого порядка, вытекающими из статьи. Однако подчеркну еще раз, что статья 65 года - это одна из наиболее прозрачных (легко понимаемых) работ авторов, не утратившая своего значения и по сей день. Я сравнительно легко преодолел чтение этой статьи и доказал требуемый результат. Как оказалось, этот результат был основным в кандидатской диссертацией одного харьковского математика, которую оппонировал Милютин. Соискателю пришлось гораздо труднее, чем мне, поскольку он не был знаком с принципом максимума для задач с фазовыми ограничениями (приводившим к ответу гораздо быстрее, чем это было сделано в диссертации).

А. В. Дмитрук, Н. П. Осмоловский

О семинаре Алексея Алексеевича Милютина

На протяжении почти тридцати лет, с начала 1970-х по апрель 2001 г., А. А. вел научный семинар по теории экстремума , о котором здесь стоит сказать особо (параллельно им проводился учебный семинар для студентов, закончившийся в середине 1970-

х в связи с формальным уходом А. А. из университета). Семинар предназначался в первую очередь для его мехматских учеников, но впоследствии на нем присутствовали и другие участники. В числе многолетних постоянных участников были Е. С. Левитин (с самого его начала до середины 1980-х), Н. П. Осмоловский, А. В. Дмитрук (весь период), В. В. Дикусар, И. Л. Барский, А. П. Афанасьев (с конца 1970-х до конца периода), С. В. Чуканов (с конца 1970-х до начала 1990-х).

К проведению семинара А. А. относился очень серьезно: в «системе его приоритетов» (как он любил выражаться) семинар занимал очень высокое место. Без постоянного обсуждения занимавших его математических вопросов, без регулярного семинара он просто не мог жить. (Это помимо того, что через каждые день-два он звонил своим ученикам и как минимум час обсуждал эти вопросы). Первые годы семинар территориально проходил на мехмате и продолжался обычные 2 академ. часа, но затем стал более продолжительным, и поэтому, главным образом из-за трудностей с поиском аудитории на 2 пары, стал проходить в стенах других институтов - в основном во ВНИИСИ и на ВЦ РАН (где аудитории обеспечивали А. П. Афанасьев и соответственно В. В. Дикусар). Длился он теперь от 4 до 6 астрономических часов без какого-либо перерыва.

Встречались мы (с начала 1980-х) обычно у метро Академическая и шли пешком до соответствующего института. На самом семинаре, кроме самых первых его минут, когда все рассаживались, обменивались текущими новостями и готовили доску, не допускалось никаких посторонних или каких-либо расслабляющих разговоров: надо было быть предельно внимательными, чтобы не потерять нить рассуждений, как правило далеко не тривиальных, так что отвлекаться было просто некогда.

На семинаре в основном разбирались работы его участников, и прежде всего, идеи и результаты самого А. А. Он же был и главным докладчиком на протяжении всего времени существования семинара. Больше того, он был, так сказать, полным диктатором, не столько по формальным причинам (ведь с конца 1970-х годов весь коллектив семинара не был связан никакими административно-юридическими рамками - это был в буквальном смысле, как говорили классики, «свободный труд свободно собравшихся людей»), сколько в силу своего абсолютного профессионального превосходства, которое заключалось в гораздо большем опыте и, что более важно, в гораздо более глубоком понимании сути обсуждаемых проблем. Последнее, кстати, относилось не только к его ученикам, но и к «внешним» докладчикам, которые изредка появлялись на семинаре, и надо сказать, вызывало даже некое чувство интеллектуальной неполноценности и у тех, и у других. Часто случалось так, что докладчик, рассказав только постановку задачи (свою или чужую), далее мог простоять у доски до конца семинара, почти не имея возможности открыть рот, и с удивлением узнавал, что его понимание вопроса - далеко не столь полное и глубокое, как ему до этого казалось.

Правда, стоит также отметить уважительное и деликатное отношение А. А. к специалистам не математических, «инженерных» профессий, изредка выступавших на семинарах или приходивших за советом. А. А. неоднократно высказывал ту мысль, что если к математику обратились с вопросом, лежащим в сфере его компетенции, то он не имеет права уклониться от консультации; более того, он обязан добросовестно разобраться в существе дела и дать свои рекомендации. Он и сам неукоснительно придерживался этого принципа, и требовал того же от своих учеников. Случалось так, что консультации растягивались на длительный срок и превращались в научное сотрудничество, заканчивавшееся публикацией. Но на нашей памяти не было случая, чтобы А. А. стал соавтором такой публикации, хотя его вклад мог быть очень большим. И нам он не советовал поступать подобным образом: помощь должна быть бескорыстной.

Все теоретические вопросы, задачи и результаты участников семинара и даже рефераты чужих работ разбирались на семинаре с полными доказательствами (не в буквальном смысле, конечно). Чисто информационных докладов никогда не было в принципе - к ним А. А. относился крайне отрицательно, можно сказать, с «классовой неприязнью». Вообще, присутствие на семинаре предполагало, по крайней мере, от его постоянных участников, максимальную активность и полную погруженность во все детали изучаемого вопроса или задачи. Более того, к каждому семинару его участники должны были серьезно готовиться - прорабатывать материалы предыдущих заседаний, думать над нерешенными вопросами. Если А. А. замечал, что этого не было, он обычно говорил с легким укором: «Братцы, вы что же, в кино пришли?» или так: «Ну-у, пришли тепленькие!»

Если кому-то поручалось сделать реферативный доклад по работе постороннего автора, то это отнюдь не означало, что надо просто сообщить о результатах, полученных в данной работе. Это означало, что докладчик должен разобраться не только в постановке задачи и формулировке результатов, но и в доказательствах автора, при этом отделить в нем существенные моменты от второстепенных, а еще лучше - дать свое, более «правильное» доказательство. Вся эта непростая обязанность докладчика называлась «отреферировать» работу такого-то. (При получении такого задания обреченный тяжело вздыхал.)

Отсутствие на семинаре кого-либо из основных участников являлось исключительным событием; о намерении пропустить семинар надо было предупредить А. А. заранее и иметь на то очень вескую причину. Например, необходимость попасть в иностранное посольство для оформления визы не считалась уважительной причиной: семинар был безусловно важнее.

Обсуждение математических вопросов по телефону также протекало в строгих рамках. Присутствие гостей в доме или другие подобные причины не могли быть поводом для того, чтобы сократить или прервать разговор. Лишь необходимость успеть на лекцию или занятие позволяла это сделать, да и то с трудом. Столь жесткое отношение к коллегам могло показаться странным и чрезмерным. В действительности оно мобилизовывало и позволяло постоянно двигаться вперед, не сбиваясь на посторонние занятия, такие как, например, зарабатывание денег и решение бытовых проблем.

К себе А. А. предъявлял очень высокие требования, работая очень много и продуктивно, поэтому было естественно требовать столь же интенсивной работы и от своих учеников. Надо сказать, что временами таким требованиям трудно было соответствовать, и не все это выдерживали.

После семинара мы обычно шли пешком, провожая А. А. до его дома недалеко от станции метро Беляево, беседуя при этом на различные темы. Семинар оставлял большой материал для работы и пищу для размышлений на ближайшее время. Он задавал очень хороший ритм, который поддерживал его участников в постоянной «боевой» форме.

Сергей Васильевич Фомин

Сергей Васильевич Фомин (1917–1975) был выдающимся математиком, крупным специалистом в области математической биологии, человеком высокой культуры и замечательных духовных качеств.

Он родился 9 декабря 1917 года в Москве. О его родителях и некоторых событиях в семье Фоминых, предшествующих рождению их младшего сына и о том, что происходило вскоре после его рождения, можно прочесть в моем рассказе «Профессор Московского университета» в конце этого очерка.

Сережа Фомин поступил на механико-математический факультет в 1934 году шестнадцати лет, навсегда связав себя с Московским университетом. Среди его сокурсников были И. А. Вайнштейн, Б. В. Шабат, Г. Е. Шилов. Исаак Аронович говорил мне, что С. В. был самым сильным студентом на их курсе. В студенческую пору он публикует свою первую работу, выполненную под влиянием А. Г. Куроша по абстрактной алгебре. По окончании университета в 1939 году С. В. становится аспирантом А. Н. Колмогорова. Однако, следующие за алгебраической, три работы Фомина были посвящены общей топологии. Они были выполнены под влиянием и руководством П. С. Александрова. Когда началась Великая Отечественная война, С. В. Фомин (еще не закончивший аспирантуры), был призван в армию. В этот трудный период он завершает написание кандидатской диссертации по общей топологии. В 1942 году его отправляют в командировку в Казань, и во время этой командировки он с успехом защищает диссертацию в ученом совете Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. Достижениям Сергея Васильевича в топологии посвящена статья С. Илиадиса, напечатанная далее.

В 1942 году Фомина переводят на ответственную работу в одно из управлений Генерального штаба, где он работал до конца войны. В 1945 году Сергей Васильевич демобилизовался и поступил работать на кафедру математики физического факультета МГУ. В это время начинается третий этап в его научном творчестве, этап напрямую связанный с Андреем Николаевичем Колмогоровым. В промежутке с 1945 по 1951 год Сергей Васильевич публикует семь работ, посвященных спектральной теории динамических систем (две из них совместные с Гельфандом). В 1951 году С. В. Фомин защищает докторскую диссертацию на эту тему. В автореферате диссертации автор отмечает большое влияние которое оказывали на него Андрей Николаевич Колмогоров и Израиль Моисеевич Гельфанд.

В 1964 году С. В. Фомин переходит на механико-математический факультет и становится профессором кафедры теории функций и функционального анализа, а с 1966 года он начинает формирование кафедры Общих проблем управления.

Исключительность личных достоинств С. В. характеризует то, что он был близким другом трех великих современников: И. М. Гельфанда, А. Н. Колмогорова и И. Г. Петровского.

Близкой дружбе Фомина с Петровским и Гельфандом обязана своим существованием наша кафедра Общих проблем управления. Андрей Николаевич Колмогоров очень трогательно и любовно относился к Сергею Васильевичу. Он очень высоко оценивал его как математика, и не раз в личных беседах со мной и в своих публичных выступлениях упоминал о выдающихся достижениях Фомина в спектральной теории динамических систем. Андрей Николаевич ценя его человеческие качества, любил сотрудничать с ним на разных поприщах — при написании книги по функциональному анализу, в редакторской деятельности, в деятельности Московского математического общества и т. п. И еще он восхищался Сергеем Васильевичем, как лыжником. Сергей Васильевич долгое время был лучшим лыжником в окружении Колмогорова. И вообще А. Н. любил спортивных людей, а С. В. был таковым. Не раз Андрей Николаевич и Сергей Васильевич вдвоем или с друзьями отправлялись на Кавказ или в Закарпатье с лыжами.

Однажды Андрей Николаевич и Сергей Васильевич поехали кататься на лыжах в Бакуриани. Колмогоров предложил подняться к перевалу и затем спуститься к высокогорному армянскому селению (у него всегда были подробные карты). Сказано-сделано. Шли с раннего утра весь день, пришли в селение под вечер и стали проситься на ночлег. Их согласился принять глубокий старик, едва говоривший по-русски. Вечером в гости к старику пришли несколько односельчан. Они что-то долго и возбужденно старались по-армянски внушить старику. Он их внимательно слушал, но через какое-то время сделал жест: «Нет!» Гости ушли. Лыжники благополучно провели ночь, позавтракали, поблагодарили старика и вышли наружу. Там стояла группа сельчан и среди них человек в милицейской форме. Он подошел к Колмогорову и попросил предъявить паспорт. Его у Андрея Николаевича не оказалось. Напряжение возрастало. Милиционер попросил документы у Сергея Васильевича. Тот протянул ему свой паспорт. Милиционер долго и внимательно читал документ, потом начал листать его, и вдруг глаза его засветились счастьем, и он бросился обнимать Сергея Васильевича. В паспорте было написано, что Сергей Васильевич вступил в брак с Нуной Ованесовной Юзбашьянц — очевидным образом армянкой, а человек, женатый на армянке не может быть плохим!

Первый инфаркт у Сергея Васильевича случился в 1959 году. Я тогда не был знаком с Сергеем Васильевичем, но знал, что он был заместителем главного редактора журнала «Успехи математических наук». В ту пору в УМН печаталась статья А. Н. и моя по ε-энтропии. Об инфаркте Сергея Васильевича мне сказала с глубочайшей тоской работница редакции очень милая женщина — Элла Сергеевна Ракова. Хорошие люди всегда очень ценили и любили Сергея Васильевича.

В 1967 году в декабре я был на заседании Ученого совета мехмата, на котором отмечали пятидесятилетие Фомина. Он уже три года был профессором мех-мата, и А. Н. Тихонов приветствовал Фомина от имени дружественного факультета и его бывшей кафедры. Тогда я был уже хорошо знаком с С. В.: началась деятельность по организации новой кафедры.

А затем наступил 1968 год, год чешских событий и «письма девяноста девяти». По западному радио, было прочитано, а затем опубликовано письмо в защиту А. С. Есенина-Вольпина. Под этим письмом стояли подписи 99 человек, и среди них подпись Сергея Васильевича Фомина. «Дело Фомина» разбиралось на партийном собрании, которое приняло постановление об исключении его из партии. И все время приходилось бороться за сохранение кафедры Общих проблем управление, возглавить которую должен был Сергей Васильевич. Тяжелые переживания, связанные с этими перипетиями привели ко второму инфаркту и долгому и тяжкому периоду реабилитации. Но потом дело пошло на поправку, и Сергей Васильевич, как казалось, восстановил свои силы.

По окончании 1974/75 учебного года, кажется, в июне, Василий Борисович Демидович собрал на квартире своего отца — Бориса Павловича Демидовича — на Лесной улице, где тогда проживал, нашу кафедру Общих проблем управления. Надо было как-то определиться с судьбой кафедры: не ясно было как жить дальше, а кроме того, Василий Борисович хотел познакомить нас со своей женой Светланой, на которой недавно женился. К сожалению, я в тот день должен был уезжать в Ригу, где отдыхала моя семья, поэтому я должен был уйти раньше времени с нашего дружеского застолья. Сергей Васильевич собрался уходить вместо со мной. Оказалось, что ему хочется высказаться с глазу на глаз. С. В. сказал, что ему надоело противостоять мех-матскому начальству, и он принял решение перейти на полную ставку заведующего лабораторией математических методов в биологии в Институт проблем передачи информации АН СССР. Сергей Васильевич сказал, что подал заявление в деканат о переводе его на полставки, и просил меня проследить за этим. Быть может, для этого придется поговорить с ректором МГУ — Рэмом Викторовичем Хохловым. Сам Сергей Васильевич собирался заграницу (помнится, в Данию), а потом на Дальний Восток (где тогда проводились конференции, на которых участвовал сначала В. М. Алексеев, потом я, и вот должен был ехать Сергей Васильевич).

Выглядел Сергей Васильевич великолепно и строил весьма широкие планы.

Приехав в Москву по каким-то делам, я пошел на прием к ректору. Ректорский кабинет сохранил тот облик, который имел у Петровского, кроме одного: Петровский сидел за абсолютно чистым столом, а стол Хохлова был завален многими кипами бумаг.

Я представился и назвал причину своего визита. Разъяснять подробно не пришлось. Ректор выразительно хмыкнул, поднялся со стула и стал перебирать свои бумажные завалы со словами: «**Ваши** не дремлют!» Вскоре он достал из какой-то кучи бумагу и протянул её мне. Это был приказ по факультету, подписанный деканом, не о переводе на пол-ставки, а **об отчислении** с факультета профессора кафедры ОПУ механико-математического факультета Сергея Васильевича Фомина. Рэм Викторович некоторое время смотрел на меня с иронической усмешкой, а потом сказал: «**Вы мне надоели**». Он поправился: «Ваша кафедра». Он продолжал: «Я занимаюсь одной вашей кафедрой больше, чем некоторыми факультетами» (среди тех факультетов, которыми он занимается меньше, чем нашей кафедрой, Рэм Викторович, помнится, назвал Юридический). Он продолжил: «На этот раз я пойду Вам навстречу и выполню то, о чем Вы меня просите. Но дальше выкручивайтесь сами». Но судьба распорядилась иначе: участия ректора не потребовалось...

После разговора с Хохловым, я снова уехал в Ригу. 18 августа, когда я позвонил в Москву, мне сказали: «Вчера умер Фомин». На похороны я приехать не смог. Как мне передавали, прощаясь с Фоминым, Андрей Николаевич произнес фразу, которую невозможно было услышать ни от кого другого: «Сергей Васильевич слишком легкомысленно относился к своим инфарктам...»

В. М. Тихомиров

Е. А. Бунимович

Мой учитель Сергей Васильевич Фомин

К третьему курсу мехмата я уже точно понимал, что ученым не буду, что «чистая наука» не мое.

...Надо сказать, что в университет я поступил в достаточно юном возрасте, неполных шестнадцати лет. Когда сдавал документы, еще паспорта не было. Сказалась инерция: «константиновские» маткружки-дипломы олимпиад-вторая физматшкола-мехмат. Сказалась и семейная традиция: папа с мамой познакомились на мехмате, ещё на Моховой, да и брат старший тогда только что закончил всё тот же мехмат.

Что творилось в голове юного шалопая, можно частично восстановить по моим ответам в интервью, опубликованном тогда в «Московском комсомольце». Там я объяснял, что «я не математик, математик - это мой брат. Он, когда завтракает или едет в автобусе, решает какую-то задачу. А я смотрю в окно».

Тем не менее, студенту мехмата надо было определяться с кафедрой, с научным руководителем. Сергей Васильевич Фомин был одним из самых уважаемых преподавателей факультета, о нем шла молва не только как о блестящем ученом и педагоге, но и как о человеке редчайшей порядочности и мужества. Мое обращение к нему понять можно, но зачем он взял такого шалопая? Наверное, тут свою роль сыграло моё имя. Точнее — фамилия. С. В. Фомин был ровесником отца, Абрама Исааковича Бунимовича, они вместе учились, а затем и работали на мехмате. Может быть, сказалось и то, что именно в те годы открывалась мемориальная доска, посвященная мехматянам, погибшим на войне. Это были ровесники и сокурсники и отца, и мамы, и С. В. Фомина. Я был наслышан о них с детства, и потому работа по сбору материалов для мемориальной доски не была для меня формальностью. Я тогда уже активно писал стихи, был старостой литературной студии МГУ, начал печататься в «Новом мире», в том же МК, был одним из организаторов популярного в студенческой среде интернационального студенческого ансамбля, куда входили студенты и аспиранты из Франции, Англии, Латинской Америки, Африки... А вот на лекциях и семинарах был гостем нечастым, хотя хорошая база математической школы и математической семьи позволяла худо-бедно продолжать учебу, сдавать зачеты и экзамены. Но тут, пойдя в ученики к Фомину скорее из соображений нравственно-этических, чем научных, я совсем не сразу осознал, на что себя обрёк. Быть дураком рядом с ним было как-то совсем неловко, пришлось кое-что подучить, разобраться. Да и тему мне Сергей Васильевич предложил интересную: «математическая модель памяти», подключив к этому проекту еще и студента биофака, и еще двух научных руководителей, с которыми я в основном и работал.

Завидую мемуаристам, с которыми с первой встречи, буквально на ходу великие люди делятся самым важным, самым сокровенным. Ничего подобного в моем общении с С. В. Фоминым не было. Мы пересекались с Сергеем Васильевичем на семинарах, на кафедре, у лифта, в коридоре. С ироничной доброжелательностью он спрашивал меня о том, что пишу, что читаю. Хрестоматийной в среде представителей точных наук стала реплика Давида Гильберта, который на вопрос о судьбе одного из своих учеников ответил: «Он стал поэтом. Для математика у него не хватило воображения». Нечто подобное ощущалось и в нашем общении.

И не осмелился бы я на особые воспоминания о таком человеке, если бы не одна история: на пятом курсе меня стали выгонять из комсомола. И не за карты или пьянку, что было бы ещё куда ни шло. За политику. Идеологические неприятности были и до того, но тут всё стало сразу куда серьезней. И чёрт бы с ним, с этим комсомолом, но по тем временам это означало автоматическое отчисление из МГУ, отправка в армию с диссидентским досье. Ну и так далее. Нет, никаким диссидентом в реальном смысле этого слова я, конечно, не был, и не собираюсь героизировать прошлое. Но дело могло кончиться весьма для меня неважно. Все это не могло не быть сообщено научному руководителю неблагонадежного студента. Сергей Васильевич вызвал меня. Выслушал. Не ругал. Не хвалил. Задумался. Спросил: «Как с дипломом?»

До выпуска было еще полгода, целый семестр, тут ещё все эти напасти, с дипломом было почти никак. О чем я честно и сообщил Фомину. Терять было уже нечего. Он сказал: «Дело, судя по всему, серьёзное, через неделю представляете диплом». Это только потом я понял, что значили его слова. Защита диплома означала формальное окончание Университета. После этого выгнать меня уже не могли. В установленный С. В. Фоминым жесткий срок на дверях кафедры появилась бумажка, информирующая о защите диплома студентом. Сергей Васильевич собрал внушительный кворум профессуры, которые рассеяно слушали блеющего у доски пятикурсника. Хотя работа (надеюсь) была нестыдной, лет десять спустя один мой бывший однокурсник даже сказал, что на неё ссылались на конференции по матмоделям памяти. Но это так, к слову. Главное - вот так я защитил диплом. Вскоре об этом узнали соответствующие органы. Сначала не поверили, а потом как-то потеряли ко мне всякий интерес. Мама перестала плакать по ночам.

И вот я закончил мехмат МГУ. Московское лето, всё позади, с сентября собирался начать работу в школе, учить детей. И вот в августе пришла страшная весть: на Дальнем Востоке, во время научной конференции умер Фомин. Я не мог поверить. Пришел на прощание, которое, как известно, состоялось не в МГУ, а в академическом институте, куда он перешёл работать. Помню потерянные лица коллег С. В. Фомина, его друзей, учеников. Помню и официальные лица советских чиновников от науки, пришедших по необходимости и едва ли способных ощущать стыд или вину. Помню мужественный голос дочери Сергея Васильевича. Стоял у стенки. Не стеснялся слёз. Понимал, что так уж обернулось, и теперь я один из последних учеников С. В. Фомина. А, может, и последний его ученик. Понимал, что в математике кому-то другому выпадет продолжить его мысли и труды. А вот в остальном — не посрамлю. И никогда его не забуду. Сегодня, больше трех десятилетий спустя, не мне судить, как получилось с первым. Но не забыл и уже никогда не забуду — это точно.

В. М. Тихомиров

Профессор Московского университета

26 ноября 1917 года по старому стилю (9 декабря по новому) в семействе Василия Емельяновича и Елены Васильевны Фоминых родился пятый ребенок. Назвали его Сергеем.

... Спустя много лет, незадолго до своей смерти, Елена Васильевна написала воспоминания — отдельно каждому из своих детей — об их рождении и раннем детстве. Вот что писала Елена Васильевна.

В 1917 году ей исполнилось 39 лет. У них с Василием Емельяновичем было уже четверо детей — три дочери и сын, самый младший — девятилетний Володя. И она считала, что больше детей у нее быть не могло. И вдруг она снова почувствовала себя матерью.

Шла война, и конца ей не было видно. Свершилась Февральская революция. Наступили трудные времена. Домработница и кухарка стали пропадать на революционных митингах, а потом и вовсе исчезли. Приходилось привыкать ко многому, выстаивать большие очереди в хлебной лавке, убирать, готовить, стирать.

Цены повышались, деньги обесценивались, накопления рухнули, будущее представлялось безысходным.

«Какие дети, Леля, ты сошла с ума! Посмотри, что творится кругом. У тебя четверо на руках, о них подумай!» — так говорили ей подруги.

Но никогда, ни одного мгновения она не колебалась — оставлять, не оставлять. Верила — родится мальчик, и будет любить она его особенной, «последней любовью». Но мужу — до поры до времени — решила ничего не говорить.

Летом случилось ужасное несчастье — пожар в лаборатории Василия Емельяновича. Василий Емельянович был по профессии биологом (его узкой специальностью была гистология). Василий Емельянович преподавал в Московском университете, а в своей лаборатории занимался научными изысканиями. В тот год он заканчивал работу над докторской диссертацией. Необходимые эксперименты были уже завершены, и почти написан текст самой диссертационной работы. И вот случился пожар.

Сгорело все дотла. Произошло это ночью, а последним уходил из лаборатории Василий Емельянович. Что послужило причиной пожара, так и осталось невыясненным, но Василий Емельянович чувствовал виноватым себя. Для него это был страшный, непоправимый удар. Он не помнил, как добрался до дому после того, как побывал на пожарище. А дома он лег на диван в гостиной — лицом к стене, и неподвижно, без еды и питья, не откликаясь на призывы жены и детей, пролежал трое суток.

И тогда Елена Васильевна решилась открыться мужу. Она умоляла его взять себя в руки, иначе все они, и еще не рожденное дитя, погибнут.

Известие о будущем ребенке вернуло Василия Емельяновича к жизни. Он поднялся, вышел к детям, приласкал их. Вскоре он снова пошел в свой родной университет. Коллеги помогли восстановить лабораторию, и Василий Емельянович начал заново писать свою диссертацию.

А в ноябре все свершилось, как загадала Елена Васильевна: родился сын, и она отдала ему свое сердце, свою любовь и всю свою нежность.

Когда ребенку исполнилось два месяца, в семье произошло знаменательное событие: Василий Емельянович защитил докторскую диссертацию. Защита прошла успешно. Она давала ему право на получение профессорского звания.

Василий Емельянович вернулся домой окрыленный. Вместе с женой он тут же направился в детскую, на цыпочках подошел к колыбели спящего сына и над его изголовьем шепотом произнес такую речь. «Ну вот, — сказал он, — у твоего отца сегодня торжественный день. Он стал профессором Московского университета. Как знать, может быть, и ты когда-нибудь станешь профессором университета. Я мечтаю об этом. »

Как изменились времена! Кто ныне мечтает о научной карьере?

... Как-то (незадолго до «перестройки») нужно мне было с городской окраины добраться до Университета. Я взял такси. Шофер попался взвинченный, нервный. Он беспрестанно матерился, проклиная всех — старух, лезших под колеса, баб за рулем, безмозглых шоферо́в, дорожные ухабы... Но путь долгий — разговорились. «Вы в Университете работаете?» «Да». «Доцентом?» «Нет, профессором». «Диссертацию писали?» «Писал». «И сколько ж Вам платят?» «Пятьсот рублей». Мой собеседник презрительно усмехнулся: «А как же Вы живете на эти деньги?» Я счел за благо промолчать, и наступила пауза. Но не надолго — водитель решил сказать о себе: «Я получаю кусок и еще подрабатываю, но разве это деньги?» «Кусок — это сколько?» Он даже повернулся ко мне и с видом полнейшего презрения, смешанного с удивлением, произнес: «Тыща». Я спросил: «А сколько ж Вам надо?» Он отвечал не задумываясь: «У меня потребности скромные — двести в день, больше не надо». «Где же взять такие деньги?» Он хмыкнул: «Если голову иметь, можно и больше». «Где, к примеру?» «Да хоть тут» — он кивнул направо (мы проезжали мимо Введенского кладбища). «Здесь и не такие деньги лежат, — продолжал он, — но я сюда не пойду». «А что так?» «Здесь пить надо по-черному и ишачить... особенно зимой». «А еще?» «С травкой можно поиграть...» «Какой травкой?» (я тогда не ведал о наркотиках). Он сморщился и перешел на «ты»:

«Не знаешь, значит, и знать тебе не надо». «А если не выйдет?» «Тогда найму кого-нибудь писать диссертацию и пойду к тебе в университет в профессора», — был ответ.

Таков был престиж профессорского звания тогда, в доперестроечную пору. Примерно таков он и в наши дни. Но вернемся к героям моего рассказа.

Василий Емельянович особо не жаловал новую власть, и эта власть всерьез рассматривала вопрос о том, чтобы выслать его со всеми неугодными философами и учеными из нашей страны. Но за него заступился Дзержинский и предложил повременить со столь крутым решением. Василия Емельяновича сослали в Винницу, где ему надлежало поработать там на благо народа. И одуматься. Несколько лет Фомины жили без главы семейства. Но потом все, как говорится, обошлось: Василий Емельянович вернулся в Московский университет. Он умер своей смертью в кругу семьи.

Младший сын Фоминых — Сергей — в 1934 году поступил в Московской университет на механико-математический факультет. Он был среди лучших студентов своего курса. Увлекся топологией и стал учеником одного из самых крупных топологов своего времени — Павла Сергеевича Александрова. После окончания университета остался в аспирантуре и к лету 1941 года у него уже была готова диссертация. Когда началась война, С. В. Фомин был призван в армию. Он служил в войсках НКВД в Москве, занимаясь проблемами шифровки и дешифровки секретных данных. Вступил в партию. В 1942 года по служебным делам был командирован в Казань на несколько дней. В Казань в ту пору были эвакуированы многие ученые из Академии Наук СССР. Там начал работать диссертационный ученый совет по математике, и во время своей командировки Сергей Васильевич защитил кандидатскую диссертацию.

После окончания войны Сергей Васильевич демобилизовался и поступил на работу на физический факультет МГУ. Научные интересы его изменились, и Сергей Васильевич стал, под воздействием Андрея Николаевича Колмогорова и Израиля Моисеевича Гельфанда, заниматься теорией динамических систем. В 1951 году С. В. Фомин защитил докторскую диссертацию. А вскоре мечта Василия Емельяновича Фомина сбылась: его сын Сережа стал профессором Московского университета.

Прошло два года. Наступил сентябрь 1953 года. И случилось нечто немыслимое, невообразимое, небывалое — взбунтовался физфак! Забурлил, вышел из повиновения, встал на дыбы самый большой и самый передовой факультет Московского государственного университета. В это невозможно было поверить.

На очередной Отчетно-перевыборной конференции комсомольской организации физфака вдруг стали выступать один за другим комсомольцы с крамольными речами, с обвинениями руководства факультета и его партийного комитета в поругании университетских традиций, в изгнании из университета — под предлогом мнимой идейной неблагонадежности — крупнейших физиков того времени — Игоря Евгеньевича Тамма, Михаила Александровича Леонтовича, Льва Давидовича Ландау, в плохой организации учебного процесса и т. д. и т. п. На конференции был выдвинут проект решения, в котором работа бюро ВЛКСМ физфака признавалась неудовлетворительной и предлагалось создать комиссию по подготовке письма в Центральный комитет партии.

За год до того все это было абсолютно немыслимым — малейшие признаки даже не бунтарства, а простого непослушания, жестоко подавлялись. Вот что случилось однажды в моей школе.

На школьный вечер в преддверии нового 1951 года были приглашены девочки из соседней школы (школьное образование в ту пору было раздельным). На вечере предполагались танцы. В выпускном классе учились мальчики, родители которых бывали заграницей. Дома у них были пластинки с танго и фокстротами — с музыкой, объявленной в ту пору буржуазной и тлетворной. Следить за проведением вечера должен был наш военрук. Услышав тлетворные звуки, он поднялся к школьному радиоузлу и по-военному приказал прекратить безобразие. Но ребята обступили его, и не дали войти в радиоузел. Тогда он спустился в кладовку, достал кусачки и перерезал провода электросети. Свет погас, ребята и девочки в раздевалке искали свои пальто на ощупь. Мальчики долго стояли у порога школы и договорились на следующий день бойкотировать уроки.

Наутро перед школой состоялся митинг. Один из двух классов принял решение не идти в школу в тот день, из другого некоторые мальчики все же в школу пошли. Я учился тогда в девятом классе, в те дни был болен. Вот что мне рассказали мои друзья. К нашему классу вышла наша классная руководительница Лидия Кондратьевна. Мы очень любили ее. Сквозь слезы, не скрывая своего ужаса перед предстоящей расправой с нашим классом и ею самой, она обращалась к каждому из школьников нашего класса индивидуально: «Паша, милый, родной! Ради меня, только ради меня, зайди в школу.'» И Пашка — рыцарь и романтик, обожавший нашу учительницу, переступил порог школы. Дальше было: «Костя! Заклинаю тебя, не губи себя, подумай о папе и маме, иди на урок». И Костя, склонив голову, сгорая от стыда, тоже вошел. И еще нескольких ребят Лидии Кондратьевне удалось уговорить. Уроки в нашем классе состоялись, и мы, вместе с нашей учительницей, были спасены. А «подстрекатели забастовки» были растоптаны, размазаны, раздавлены и многие из них так и сгинули, не оправившись. Но это один класс в «отдельно взятой» школе, а здесь — целый факультет главного университета страны.

О дальнейшем я пишу со слов Сергея Васильевича Фомина.

В ноябре на парткоме МГУ обсуждался вопрос «О состоянии и мерах идейно-воспитательной работы на физическом факультете МГУ » там предлагалось действовать весьма круто, чтобы вырвать заразу с корнем. Чтобы провести это в жизнь, надо было заручиться единодушной поддержкой партийного коллектива. Созвали партактив, но, вместо ожидавшегося единодушия, случилось непредвиденное: несколько членов партии выступили с поддержкой студентов. Среди них был профессор Московского университета Сергей Васильевич Фомин.

В ЦК партии были направлены письма руководителей физфака. Они писали, что «в настоящее время перспективы развития физики в нашей стране находятся в большой опасности. Это связано с тем, что в результате прошедших выборов в АН СССР на ряд вакансий были избраны лица недостойные по своим деловым и политическим качествам, но зато угодные монополистической группе физиков». В другом письме некая часть «монополистической группы физиков» была названа поименно: к ней были отнесены Л. И. Мандельштам, А. Ф. Иоффе, Г. С. Ландсберг, И. Е. Тамм и Л. Д. Ландау (а среди лиц избранных в академики АН СССР были Л. А. Арцимович, Н. Н. Боголюбов, И. К. Кикоин, А. Д. Сахаров и Ю. Б. Харитон).

Письма противников «монополистической группы» дошли по адресу, но «там, наверху», руководителей факультета не поддержали: что-то начало меняться.

В истории нашей страны 1953 год ознаменован двумя крупными историческими событиями, впрочем, разного масштаба. Пятое марта 1953 года, смерть одного из самых кровавых тиранов в истории человечества, находится в ряду тех «минут роковых», что круто меняли ход нашей истории. Таких, как битва при Калке (31 мая 1223 года), с которой началось татаро-монгольское иго, куликовская битва (8 сентября 1380 года), положившая начало освобождению от этого ига, начало правления Петра I (1689 г.), его смерть (28 января 1725 г), бородинская битва (7 сентября 1812 года), положившая начало изгнанию Наполеона, 7 ноября 1917 года, смерть Ленина (21 января 1924 года), 22 июня 1941 года и 9 мая 1945 года — начало и конец Великой Отечественной войны.

Второе событие большого (но не столь, разумеется, грандиозного) масштаба свершилось 12 августа 1953 года, когда произошло первое успешное испытание «нашей» водородной бомбы. По этому поводу Игорь Васильевич Курчатов произнес свою историческую фразу: «Я поздравляю всех присутствующих. Особенно я хочу поздравить и от имени правительства выразить благодарность Андрею Дмитриевичу Сахарову за его патриотический подвиг». Среди тех, кто вместе с А. Д. Сахаровым создавали атомную, а затем водородную бомбы были Л. Д. Ландау, М. А. Леонтович, И. Е. Тамм и другие физики, изгнанные из стен Московского университета по идеологическим причинам. Оба события сделали возможным то, что произошло.

По-видимому, какие-то «верхние люди» проконсультировались с И. В. Курчатовым и другими секретными физиками, а потому руководству физфака посоветовали спустить, по возможности, дело на тормозах. Для помощи в этом деле в Отделе ЦК выделили инструктора для беседы с активом факультета, чтобы он помог умерить разбушевавшиеся страсти.

Инструктором оказался сравнительно молодой, живой, неглупый человек, не похожий на тех, с кем Сергею Васильевичу приходилось иметь дело раньше. Молодой человек старался взять не окриком, а убеждением. И почти преуспел в этом.

«Дорогие товарищи, - говорил он, - критика студентов во многом справедлива. У вас, да и вообще в нашей жизни, много недостатков. Но не забывайте: мы идем непроторенной дорогой. Мы строим новое общество. Разумеется, возможны ошибки, и не все идет так гладко, как хотелось бы. Но нельзя же забывать, чего мы достигли за тридцать шесть лет со времени свершения нашей великой Революции. Разве не видно каждому, как преобразилась наша жизнь?»

Аудитория слушала с напряженным вниманием, и все настраивались на неизбежное, хоть, возможно, и достаточно мягкое наказание виновных. И докладчик почувствовал, что аудитория склоняется в нужную сторону. Как опытный оратор он решил закончить свою речь на какой-то высокой ноте, способной поставить все на свои места.

... Когда приходится выступать перед незнакомой аудиторией, то нередко случается, что докладчик более всего следит глазами за каким-то одним слушателем, и в итоге он начинает как бы вести именно с ним личную доверительную беседу. А здесь на первом ряду прямо перед лектором сидел красивый светловолосый молодой человек в элегантном сером пиджаке с белой рубашкой апаш. Он внимательно слушал лектора и, казалось, одобрял то, что он слышал. И именно этого своего слушателя избрал лектор для нанесения последнего удара.

Желая доказать на конкретном примере, как много дала Советская власть трудящимся, лектор спросил молодого человека: «Ну, вот, к примеру, Вы. Кем Вы здесь работаете?» Молодой человек ответил, медленно выговаривая каждое слово: «Профессором Московского университета.» Это было неслыханной удачей: можно было думать, что доцентом, ассистентом, аспирантом — так молодо он выглядел, а здесь спрашиваемый находился в высшей точке профессиональной карьеры! «А кем работал Ваш отец?» Ну что можно было ожидать от профессии отца? Скорее всего крестьянин, или пролетарий, или просто мещанин... Но тем же спокойным медленным тоном, с точно той же интонацией молодой человек (а это был не кто иной, как Сергей Васильевич

Фомин) произнес: «Профессором Московского университета.»

И тогда прорвалась плотина напряжения и страха и аудитория взревела, загоготала, заржала неистово, оголтело и безудержно. Все вдруг почувствовали какое-то освобождение, а бедный оратор стоял в полной растерянности перед этой захваченной вдруг нахлынувшей волной смеха аудиторией, постепенно осознавая, что все его усилия пошли прахом.

Вот чем все это закончилось. По поручению ЦК КПСС была создана комиссия под председательством министра Среднего машиностроения СССР В. А. Малышева (тоже знаковая фигура), в которую, помимо сотрудников аппарата ЦК, вошли академики И. В. Курчатов, А. Н. Несмеянов, ректор МГУ И. Г. Петровский и первый зам. министра культуры С. В. Кафтанов. В соответствии с постановлением Секретариата ЦК произошла замена декана, наиболее одиозные профессора физфака были уволены из МГУ. Л. Д. Ландау, М. А. Леонтович, И. Е. Тамм и некоторые другие выдающиеся физики стали преподавать в Московском университете. Во всем этом чувствовалось знамение времени, времени надежд, времени нашей юности.

А среди песчинок, которые сделали возможным перевесить чашу весов, было присутствие на партактиве физического факультета МГУ Сергея Васильевича Фомина — профессора Московского университета и сына профессора Московского университета.

В. Б. Демидович

Вспоминая Сергея Васильевича Фомина

О Сергее Васильевиче Фомине я всегда вспоминаю с глубоким тёплым чувством. Но сначала о предыстории нашего знакомства.

Так случилось, что за два года - в 1966–1967 годы - мне пришлось пережить смерть трёх близких мне людей: бабушки, дедушки Серёжи (брата моего родного деда, умершего ещё в 1945 году) и мамы. В 1966-ом году я стал аспирантом кафедры вычислительной математики Мехмата МГУ. И после всех этих свалившихся несчастий мы с отцом и неженатым моим братом Андреем остались одни в квартире на Лесной улице. Потому, во многом чтобы отвлечься от горьких воспоминаний, вместо того чтобы сосредоточиться на завершении своей кандидатской диссертации, я «ударился» в общественную работу — комсомольскую деятельность. И весной 1968 года, на третьем году обучения в аспирантуре, я был избран уже секретарём Комитета ВЛКСМ Мехмата МГУ «по идеологии».

В конце декабря 1968 года срок обучения в аспирантуре у меня истёк, и аспирантская стипендия мне уже не полагалась. Поэтому, будучи факультетским комсомольским секретарём, с подачи тогдашних секретаря партбюро Мехмата МГУ Николая Петровича Жидкова и первого секретаря Комитета ВЛКСМ Мехмата МГУ Игоря Султанова, я был зачислен на полставки на должность младшего научного сотрудника ВЦ МГУ и на полставки инструктора Ленинского РК ВЛКСМ, но временно, до проведения очередной комсомольской отчётно-перевыборной конференции, то есть до весны 1969 года. Однако перед этой конференцией меня уговорили ещё год поработать на факультетской комсомольской работе. Так я стал первым секретарём Комитета ВЛКСМ Мехмата МГУ, находясь, по-прежнему, на полставке «мэ-нэ-эса ВЦ МГУ» и на райкомовской «инструкторской полставке». Тогда же я стал кандидатом в члены КПСС.

Последующая отчётно-перевыборная комсомольская конференция должна была состояться весной 1970 года. Однако она была перенесена (я уже не помню точно по какой причине — кажется, в связи с обилием всевозможных мероприятий в ознаменование 100-летия со дня рождения В. И. Ленина) на осень того же года. И в сентябре 1970 года у меня встал вопрос о своём дальнейшем трудоустройстве.

А надо сказать, что у меня было уже несколько публикаций, да и некоторый опыт педагогической деятельности: я , ещё будучи аспирантом, вёл семинарские занятия на Химфаке МГУ на условиях почасовой оплаты по кафедре математического анализа. И тут заведующий кафедрой математического анализа Николай Владимирович Ефимов попросил меня подготовить справку о моей научной деятельности с перечнем публикаций (и кратким резюме по каждой из них), а также о моей педагогической нагрузке на Химфаке МГУ, добавив, что он предложит мою кандидатуру для зачисления ассистентом на свою кафедру. Вскоре Виктор Антонович Садовничий, ставший в 1970 году секретарём партбюро Мехмата МГУ на смену Николая Петровича Жидкова, сообщил мне, что вопрос о моём зачислении на факультет решён положительно, но только не на кафедру математического анализа (где работал и мой отец), а на кафедру общих проблем управления. Я, конечно же, согласился на такой вариант.

Всё складывалось для меня, вроде бы, удачно. И в октябре 1970 года, за несколько недель до намеченной на середину ноября перевыборной комсомольской конференции, к Сергею Васильевичу Фомину, осуществлявшего тогда реальное руководство кафедрой общих проблем управления, поступило на подпись подготовленное представление о зачислении меня на должность ассистента кафедры ОПУ.

Вот тогда-то и состоялось моё знакомство с Сергеем Васильевичем. И прежде чем поставить свою подпись на «Представлении» он предложил мне побеседовать, немного прогулявшись (а был тёплый октябрьский день) около университета.

Прогулка наша затянулась часа на два. Конечно же, прежде всего он расспросил меня о теме моей предполагаемой кандидатской диссертации (по задумке связанной с приближённым вычислением ляпуновских характеристических показателей обыкновенных дифференциальных уравнений). Но это заняло минут десять: он сразу всё понял, дал пару советов, каким классом дифференциальных систем стоит ограничиться (поскольку «в общем случае вам вряд ли удастся всё решить») и, вообще, следует быстрее разделаться с написанием диссертации. А дальше пошёл общий разговор: какие книги я предпочитаю читать, бываю ли я в театрах и т.п. Интересовался он и на какие математические семинары я ходил, всё ли на них мне было интересно. Одобрил, что я люблю изучать иностранные языки («очень пригодится при поездках на конференции»), а также, что я интересуюсь историей («хотя у нас трудно докапываться до правдивых первоисточников»).

Видимо, я произвёл на Сергея Васильевича благоприятное впечатление. Он сказал, что подпишет «Представление», но что мне постепенно надо втягиваться и в непосредственную тематику кафедры ОПУ. Кроме того, он предложил мне стать Учёным секретарём кафедры на смену Герману Юрьевичу Данкову, «который не прочь покинуть этот пост». Так с 1 -го ноября 1970 года я стал сотрудником кафедры ОПУ.

Но, как я уже говорил, в середине ноября (если мне не изменяет память, 17 ноября) состоялась мех-матская отчётно-перевыборная комсомольская конференция. А у меня к концу моего секретарства серьёзно осложнились отношения с влиятельными членами факультетского партийного бюро - основное их обвинение, вкратце, заключалось в том, что я во многих вопросах «своевольничал, отклоняясь от линии партбюро». И когда на конференции я, опять же, проявил «вредный либерализм»:, в результате которого намеченная партбюро кандидатура следующего комсомольского секретаря Мехмата МГУ Юры Соколова чуть ли не была забаллотирована вообще в состав факультетского Комитета ВЛКСМ, то меня было решено наказать. Поскольку мой кандидатский стаж как раз закончился, то меня вызвали на партбюро Мехмата МГУ и, после обсуждения моей комсомольской деятельности, было принято решение на предстоящем факультетском партийном собрании не рекомендовать принимать меня в члены КПСС.

В конце ноября 1970 года это факультетское партийное собрание состоялось. И на этом собрании, длившемся около двух часов, по моей кандидатуре произошёл своего рода раскол мнений: конечно же, были выступления, безоговорочно поддержавшие решение партбюро, но были и выступления, считавшие, что хотя у меня и имелись ошибки в моей комсомольской деятельности, но в целом меня можно рекомендовать для вступления в члены КПСС. Я не буду называть тех, кто выступал против меня (тем более что с большинством из них у меня потом наладились отношения), но я всегда с благодарностью вспоминаю тех, кто оказал мне тогда поддержку.

Так вот, среди выступавших за меня на том злополучном собрании мне хочется особо выделить Ивана Терентьевича Борисёнка, Бориса Владимировича Шабата, Льва Абрамовича Тумаркина, Валентина Анатольевича Скворцова, Владимира Михайловича Гендугова, Игоря Адхемовича Султанова. И, конечно же, Сергея Васильевича Фомина. Причём если и Иван Терентьевич, и Борис Владимирович, и Лев Абрамович, и Валентин Анатольевич, и Владимир Михайлович, и Игорь Адхемович знали меня (в том числе по моей комсомольской работе) уже несколько лет, то моему знакомству с Сергеем Васильевичем было лишь около месяца! А вот, например, мой научный руководитель Алексей Денисович Горбунов, знавший меня с 3-го курса и за год до этого собрания давший мне замечательную партийную рекомендацию для вступления в кандидаты партии (и сказавший тогда: «Почту за честь, что факультетский комсомольский вожак обратился ко мне за такой рекомендацией»), при моём обращении повторить (пусть в более скромных выражениях) мне рекомендацию для вступлении в члены КПСС, ответил так: «Я солдат партии, и решение партбюро для меня закон. Раз им принято решение не рекомендовать вас в члены КПСС, то и я вам своей рекомендации дать не могу». В отличие от этого я всегда буду помнить, что другой мой «рекомендатель» — Николай Петрович Жидков — сразу же после решения партбюро хотя бы предпринял попытку всё сгладить (правда, оказавшуюся безуспешной), а Вузком МГУ свою рекомендацию мне просто подтвердил.

Завершая воспоминания о моей «партийной эпопее», добавлю, что хотя на том собрании я получил (при открытом голосовании !) примерно 60 процентов в свою, условно говоря, поддержку (а, вернее, за продление моего кандидатского стажа ещё на год), но, поразмыслив (и посоветовавшись с опытными членами партии, в частности, с хорошо ко мне относившимися Андреем Борисовичем Шидловским и Иваном Васильевичем Матвеевым), я написал своё заявление в партком МГУ «о преждевременности своего вступлении в члены КПСС». Сергей Васильевич не слишком одобрил этот мой шаг (сказав, что надо было бы «бороться до конца», а рекомендации можно получить и от других, «более независимых, коммунистов»). Но я был непреклонен. В общем, коммунистом я так и не стал, но благодарность к поддержавшим меня в трудную минуту членам КПСС, как и к комсомолу, я сохранил на всю жизнь. Впрочем, все это дела сорокалетней давности...

Работая на кафедре, я практически ежедневно виделся с Сергеем Васильевичем. Относился он ко мне всегда очень дружественно. Но после защиты мной кандидатской диссертации (происходило это в Минске, где тогда находилась редакция всесоюзного журнала «Дифференциальные уравнения», в котором были опубликованы основные результаты по диссертации, и куда меня лично пригласил защищаться директор Института математики АН БССР Николай Павлович Еругин) он поручил мне чтение сразу двух курсов лекций по вычислительной математике и ведение по ним семинарских занятий: одного (семестрового) на мехматском ФПК и второго (трехсеместрового) на факультетском инженерном потоке.

Обуславливалось это, конечно же, тем обстоятельством, что как раз весной 1970-го года в МГУ был образован факультет ВМиК, и на кафедру ОПУ свалилась необходимость обеспечивать на Мехмате не только преподавание дисциплин, связанных с основной кафедральной направленностью, но ещё и курсов по методам вычислений и программированию. Безусловную помощь в этом нам оказывала созданная в 1969 году при кафедре ОПУ Лаборатория по проблемам управления, но всё равно «перегруз» педагогической нагрузки был очень значительным. Усилиями Сергея Васильевича, при поддержке Ивана Георгиевича Петровского, для чтения лекций по методам вычислений на кафедру ОПУ были приглашены из Института прикладной математики АН СССР (на условиях совместительства) такие замечательные специалисты как Константин Иванович Бабенко, Олег Вячеславович Локуциевский, Владимир Федотович Дьяченко, а для чтения лекций по программированию (из того же Института) — Всеволод Серафимович Штаркман и (из Института проблем передачи информации АН СССР) Михаил Моисеевич Бонгард. Преподавателей же для ведения семинарских занятий по программированию и вычислительному практикуму катастрофически не хватало. Поэтому основная тяжесть по ведению указанных занятий (особенно по программированию) легла на плечи неутомимых Анатолия Георгиевича Кушниренко и Владимира Борисовича Бетелина (с «выросшими» у них учениками). «Под ружьё» были поставлены также практически все сотрудники кафедры ОПУ и её Лаборатории (и даже с других кафедр — помнится, что занятия по программированию вели, например, сотрудники кафедры математического анализа Юрий Николаевич Сударев и Александр Иванович Камзолов).

Я вспоминаю, как Сергей Васильевич по этому поводу попросил меня в 1972 году составить список возможных «дополнительных сотрудников для работы на кафедре ОПУ хотя бы на условиях почасовой оплаты», а потом предложил мне вместе с ним пойти прямо к Ивану Георгиевичу Петровскому (сказав: «Вы же теперь Учёный секретарь кафедры и Вам надо обязательно с ним познакомиться») для издания соответствующего приказа «сразу по МГУ». Но в 1973 году Ивана Георгиевича не стало, и все «зачисленные из списка почасовики» с факультета быстро «исчезли». Тем не менее, в те годы у нас стали преподавать программирование и методы вычислений, в частности, Георгий Максимович Адельсон-Вельский, Юрий Матвеевич Баяковский и Юлиан Борисович Радвогин. Тогда же из ВЦ АН СССР был приглашён на нашу кафедру читать спецкурс и вести спецсеминар по математической биологии Юрий Михайлович Свирежев.

Лишь с возвращением в 1981 году Николая Сергеевича Бахвалова с ВМиК на Мехмат в качестве заведующего кафедрой вычислительной математики, а вслед за тем и наполнением этой кафедры собственными научными кадрами, преподавание программирования и дисциплин вычислительного толка стало осуществляться кафедрой вычислительной математики. А существовавшая при кафедре ОПУ Лаборатория, преобразованная в Лабораторию вычислительных методов, перешла «под крыло» бахваловской кафедры.

После скоропостижной смерти Ивана Георгиевича Петровского ректором МГУ стал физик Рем Викторович Хохлов. Сергей Васильевич с гордостью говорил, что «он у меня учился» (видимо, слушал лекции Фомина по математике, когда Сергей Васильевич работал ещё на Физфаке МГУ). Он и к нему меня, как-то, сводил, поскольку «это может пригодиться нашей кафедре». Однако так быстро (как при Иване Георгиевиче) решать вопросы «в пользу кафедры ОПУ» с Рэмом Викторовичем у него уже не получалось. И тогда Сергей Васильевич, отдававший все свои силы и свою душу кафедре ОПУ, перешёл на основную работу с Мехмата МГУ в Институт проблем передачи информации АН СССР, оставшись на нашей кафедре лишь по совместительству. А через год его не стало.

Похоронен Сергей Васильевич на Армянском кладбище в Москве, что напротив Ваганьковского кладбища: его женой была армянка Нуна Ованесовна Юзбашьянц. И когда я бываю на Ваганьковском кладбище, где похоронены моя бабушка, мои оба дедушки, моя мама, два моих дяди - братья мамы и мой уже умерший брат Андрей, то я стараюсь зайти и на Армянское кладбище, чтобы поклониться могиле Сергея Васильевича ...

СПИСОК УПОМЯНУТЫХ ИМЁН

АБРАМОВ Александр Александрович (р. 1926) — математик, прикладной математик. Осн. труды по топологии, вычислительной математике и программированию

АДЕЛЬСОН-ВЕЛЬСКИЙ Георгий Максимович (р. 1922) — математик, специалист по проблемам искусственного интеллекта, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ

АКУШСКИЙ Израиль Яковлевич (1911-1992) — прикладной математик, чл.-корр. АН Казахской ССР. Осн. труды по вычислительной математике и программированию

АЛЕКСАНДРОВ Павел Сергеевич (1896-1982) — математик, академик АН СССР, заведующий кафедрами высшей геометрии (1933-1935), топологии (1935-1943), высшей геометрии и топологии (1943-1982) Мехмата МГУ. Осн. труды по топологии и теории функций

АНОСОВ Дмитрий Викторович (р. 1936) — математик, академик РАН, заведующий кафедрой динамических систем Мехмата МГУ (с 2000 г.). Осн. труды по дифференциальным уравнениям, геометрии и топологии

АРНОЛЬД Владимир Игоревич (1937-2010) — математик, академик РАН, профессор кафедры дифференциальных уравнений Мехмата МГУ. Осн. труды по теории функций, дифференциальным уравнениям, теории особенностей, алгебраической геометрии, динамическим системам и их приложениям

АРЦИМОВИЧ Лев Андреевич (1909-1973) — физик, академик АН СССР. Основные труды по ядерной физике

АФАНАСЬЕВ Александр Петрович (р. 1945) — прикладной математик, специалист по оптимальному управлению, информационно-телекоммуникационным системам и сетям

АХИЕЗЕР Наум Ильич (1901-1980) — математик, чл.-корр. АН УССР, профессор Харьковского университета. Осн. труды по теории функций, теории приближений, функциональному анализу

БАРИ Нина Карловна (1901-1961) — математик, профессор кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата

МГУ. Осн. труды по теории функций действительного переменного и теории функциональных рядов

БАРСКИЙ Илья Львович (1940-2011) — прикладной математик, специалист по автоматическому регулированию технических устройств

БАХВАЛОВ Николай Сергеевич (1934-2005) — математик, академик РАН, заведующий кафедрой вычислительной математики Мехмата МГУ (1981-2005). Осн. труды по вычислительной математике, оптимизации вычислительных алгоритмов решения задач анализа и математической физики

БАХВАЛОВ Сергей Владимирович (1898-1963) — математик, профессор кафедры высшей геометрии и топологии Мехмата МГУ. Осн. труды по дифференциальной геометрии и номографии

БАЯКОВСКИЙ Юрий Матвеевич (р. 1937) — прикладной математик, специалист по компьютерной графике и обработке изображений, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ

БЕЛЕЦКИЙ Владимир Васильевич (р. 1930) — механик, чл.-корр. РАН, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники Мехмата МГУ. Осн. труды в области динамики и процессов управления

БЕРЕЗИН Феликс Александрович (1931-1980) — математик, старший научный сотрудник кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по функциональному анализу, теории представлений, математической физике. Один из создателей суперматематики

БЕТЕЛИН Владимир Борисович (р. 1946) — прикладной математик, академик РАН. Осн. труды по теории и практике создания инструментальных систем программного обеспечения. Работал в Лаборатории вычислительных методов кафедры общих проблем управления Мехмата МГУ и преподавал на этой кафедре

БИРЮЛИН Пётр Павлович (1925-2003) — выпускник кафедры распространения радиоволн Физфака МГУ, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ

БОГОЛЮБОВ Николай Николаевич (1909-1992) — математик, механик и физик, академик АН СССР. Осн. труды по нелинейной механике и теоретической физике

БОДНЕВА Валерия Леонидовна (р. 1938) — прикладной математик, специалист в области химической физики

БОЛТЯНСКИЙ Владимир Григорьевич (р. 1925) — математик, чл.-корр. АПН СССР. Осн. труды по оптимальному управлению, комбинаторной геометрии, топологии

БОНГАРД Михаил Моисеевич (1924-1971) — прикладной математик, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды в области информатики и теоретического программирования

БОРИСЁНОК Иван Терентьевич (1922-1999) — механик, сотрудник НИИ Механики МГУ. Осн. труды по прикладной механике и процессам управления

БРАУЭР Лейтзен /Luitzen Egbert Jan Brouwer/ (1881-1966) — голландский математик. Осн. труды по топологии и математической логике. Основатель интуиционизма

БРУНН Герман /Hermann Brunn/ (1862-1939) — немецкий математик. Осн. труды по топологии и выпуклой геометрии

БРЮНО Александр Дмитриевич (р. 1940) — математик. Осн. труды по дифференциальным уравнениям

БУНИМОВИЧ Абрам Исаакович (1917-1999) — механик, профессор кафедры газовой и волновой динамики Мехмата МГУ. Осн. труды в области динамики разжиженного газа, теории пограничного слоя, теоретико-групповых методов и их применение к различным проблемам механики

ВАЙНШТЕЙН Исаак Аронович (1917-2008) — математик, доцент кафедры математического анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по математическому анализу, топологии и номографии

ВВЕДЕНСКАЯ Никита Дмитриевна (р. 1930) — математик. Осн. труды в области дифференциальных уравнений в частных производных

ВЕНТЦЕЛЬ Дмитрий Александрович (1898-1955) — специалист в области баллистики. Осн. труды по теории вращательного движения и устойчивости снарядов в полёте, баллистическому проектированию стрелково-пулемётного вооружения

ВИШИК Марко Иосифович (р. 1921) — математик, профессор кафедры общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды по дифференциальным уравнениям в частных производных и функциональному анализу

ВОЛЕВИЧ Леонид Романович (1934-2007) — математик. Осн. труды в области дифференциальных уравнений в частных производных

ВОЛОСОВ Владимир Маркович (р. 1928) — математик. Основные труды по дифференциальным уравнениям и их приложениям

ГАЛЬПЕРН Самарий Александрович (1904-1977) — математик, профессор кафедры дифференциальных уравнений Мехмата МГУ. Осн. труды по дифференциальным уравнениям в частных производных

ГАМКРЕЛИДЗЕ Реваз Валерианович (р. 1927) — математик, академик РАН. Осн. труды по оптимальному управлению, дифференциально-геометрическим метода теории экстремума, дифференциальным играм

ГЕЛЬФАНД Израиль Моисеевич (1913-2009) — математик, академик РАН, профессор кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата МГУ. Осн. труды в области современной математики и её новых направлений, а также по приложениям математики к биологии и медицине

ГЕЛЬФОНД Александр Осипович (1906-1968) — математик, чл.-корр. АН СССР, заведующий кафедрой теории чисел Мехмата МГУ (1948-1968). Осн. труды по теории чисел и теории функций

ГЕНДУГОВ Владимир Михайлович (р. 1945) — механик, ведущий научный сотрудник кафедры газовой и волновой динамики Мехмата МГУ. Осн. труды по теории горения

ГОРБУНОВ Алексей Денисович (1916-1990) — математик, до перехода на факультет ВМиК МГУ работал на кафедре вычислительной математики Мехмата МГУ. Осн. труды по численным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений

ГИЛЬБЕРТ Давид ./David Hilbert/ (1862-1943) — немецкий математик. Осн. труды по алгебре, теории чисел, обыкновенным дифференциальным уравнениям, вариационному исчислению, уравнениям в частных производных, математической логике и основаниям математики

ГРАДШТЕЙН Израиль Соломонович (1899-1958) — математик. Осн. труды в области теории дифференциальных уравнений и их приложений

ГУРМАН Владимир Иосифович (р. 1934) — прикладной математик. Осн. труды по оптимальному управлению и моделированию сложных систем (в частности, социо-эколого-экономических систем)

ДАНКОВ Герман Юрьевич (р. 1935) — прикладной математик, первый Учёный секретарь кафедры общих проблем управления Мехмата МГУ

ДЕЛИНЬ Пьер /Pierre Rene Deligne/ (р. 1944) — бельгийский математик. Осн. труды по алгебре, алгебраической геометрии и топологии

ДИКУСАР Василий Васильевич (р. 1937) — математик. Осн. труды по оптимальному управлению

ДОРОДНИЦИН Анатолий Алексеевич (1910-1994) — прикладной математик, механик и геофизик, академик АН СССР. Осн. труды в области динамической метеорологии, аэродинамики, численных методов

ДУБОВИЦКИЙ Абрам Яковлевич (1923-2007) — математик. Осн. труды по оптимальному управлению

ДЬЯЧЕНКО Владимир Федотович (р. 1929) — прикладной математик, профессор кафедры общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды в области математической физики и вычислительной математики

ДЫНКИН Евгений Борисович (р. 1924) — математик, профессор кафедры теории вероятностей Мехмата МГУ. Осн. труды в области алгебры и теории вероятностей

ЕВГРАФОВ Марат Андреевич (1926-1997) — математик. Осн. труды в области теории аналитических функций и прикладной математики

ЕГОРОВ Всеволод Александрович (1930-2001) — прикладной математик, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники Мехмата МГУ. Осн. труды в области механики космического полёта и теории оптимального управления

ЕРУГИН Николай Павлович (1907-1990) — математик, академик АН БССР. Осн. труды в области аналитической и качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений

ЕСЕНИН-ВОЛЬПИН Александр Сергеевич (р. 1924.) — математик и правозащитник. Осн. труды по математической логике

ЕФИМОВ Николай Владимирович (1910-1982) — математик, чл.-корр. АН СССР, заведующий кафедрой математического анализа Мехмата МГУ (1957-1982), декан Мехмата МГУ (1962-1969). Осн. труды в области геометрии

ЖИДКОВ Николай Петрович (1918-1993) — математик, до перехода на факультет ВМиК МГУ работал на кафедре вычислительной математики Мехмата МГУ. Осн. труды в области численных методов и их приложений

ЗАБРОДИН Алексей Валерьевич (1933-2008) — математик и механик, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой вычислительной механики Мехмата МГУ (2004-2008). Осн. труды по математической физике, механике жидкостей и газов, динамике плазмы и вычислительной математике

ЗАПЛЕТИН Максим Петрович (р. 1966) — математик и прикладной математик. Осн. труды по теории оптимального управления и численным методам расчёта задач оптимального управления

ЗЕЛЬДОВИЧ Яков Борисович (1914-1987) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по теории горения, детонации и ударных волн, ядерной физике, физике элементарных частиц, астрофизике, релятивисткой космологии

ИЛЮТОВИЧ Александр Ехельевич (р. 1937) — математик и механик. Осн. труды по оптимальному управлению

ИОФФЕ Абрам Фёдорович (1880-1960) — физик, академик АН СССР, «отец» советской физики

ИШЛИНСКИЙ Александр Юльевич (1913-2003) — механик, академик АН СССР, заведующий кафедрой прикладной механики и управления Мехмата МГУ (1956-2003). Осн. труды по общей и прикладной механике, теории гироскопов, теории автономных систем навигации подвижных объектов

КАЖДАН Яков Маркович (1918-2007) — математик. Осн. труды в области общей топологии и прикладной математики

КАМЗОЛОВ Александр Иванович (р. 1944) — математик, доцент кафедры математического анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по теории приближения

КАНТОРОВИЧ Леонид Витальевич (1912-1986) — математик, прикладной математик и экономист, академик АН СССР. Осн. труды по функциональному анализу, численным методам, математическому программированию, математической экономике

КАФТАНОВ Сергей Васильевич (1905-1978) — выпускник Московского химико-технологического института им. Д. И. Менделеева, государственный деятель. Занимал посты (с повышением и понижением) уполномоченного Госкомитета обороны по науке (в годы Великой Отечественной войны), директора Научно-исследовательского физико-химического института им. Л. Я. Карпова, заместителя министра культуры СССР, председателя Госкомитета по радиовещанию и телевидению при Совете министров СССР, ректора Московского химико-технологического института им. Д. И. Менделеева

КЕЛДЫШ Мстислав Всеволодович (1911-1978) – математик и механик, академик АН СССР, президент АН СССР (1961-1975). Осн. труды по теории функций комплексного переменного, функциональному анализу, аэродинамике, гидродинамике, теории колебаний. Возглавлял в СССР исследования по атомной тематике, по космической программе, по развитию вычислительной техники

КИКОИН Исаак Константинович (1908-1984) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по атомной технологии

КИРИЛЛОВ Александр Александрович (р. 1936) — математик, профессор кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по по функциональному анализу и теории представлений

КЛАРК Давид /David Charles Clark/ — современный американский математик (год его рождения установить не удалось).

Труды по дифференциальным уравнениям (Гамильтоновы системы), уравнениям Навье-Стокса, вариационным задачам «в целом» (теория Люстерника-Шнирельмана)

КОЛМОГОРОВ Андрей Николаевич (1903-1987) — математик, академик АН СССР, заведующий кафедрами теории вероятностей (1935-1966), математической статистики (1976-1979), математической логики (1979-1987) Мехмата МГУ, декан Мехмата МГУ (1954-1958). Осн. труды по теории вероятностей, функциональному анализу, теории функций, топологии, дифференциальным уравнениям, математической логике, теории случайных процессов, теории информации

КОСТРИКИН Алексей Иванович (1929-2000) — математик, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой высшей алгебры Мехмата МГУ (1972-2000). Осн. труды по теории групп, теории алгебр Ли, теории чисел

КРАЙСС Хайнц-Отто / Heinz-Otto Kreiss/ (р. 1930) — немецкий прикладной математик, специалист по математической физике и вычислительной математике

КРЕЙНЕС Михаил Александрович (1903-1977) — математик и прикладной математик, профессор кафедры математического анализа Мехмата МГУ. Основные труды по топологии, математическому анализу, номографии, расчёту зубчатых механизмов

КРОТОВ Вадим Федорович (р. 1932) — прикладной математик. Осн. труды в области теории оптимального управления

КРЫЛОВ Игорь Анатольевич (р. 1938) — прикладной математик. Осн. труды по теории оптимального управления и численным методам расчёта задач оптимального управления

КРЫЛОВ Николай Митрофанович (1879-1955) – математик и механик, академик АН СССР. Осн. труды по математической физике, нелинейной механике, численному анализу

КУРОШ Александр Геннадьевич (1908-1971) — математик, заведующий кафедрой высшей алгебры Мехмата МГУ (1948-1971). Осн. труды по алгебре, топологии и истории математики

КУРЧАТОВ Игорь Васильевич (1903-1960) — физик, академик АН СССР, «отец» советской атомной бомбы, один из основоположников в СССР использования ядерной энергии в мирных целях

КУШНИРЕНКО Анатолий Георгиевич (р. 1944) — математик, доцент кафедры общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды по динамическим системам, многогранникам Ньютона и информатике

ЛАВРЕНТЬЕВ Михаил Алексеевич (1900-1980) – математик и механик, академик АН СССР, инициатор создания и первый председатель (1957-1975) Сибирского отделения АН СССР. Осн. труды по теории функций, теории дифференциальных уравнений, механике сплошной среды (гидродинамическая теория кумуляции) и прикладной физике (физика взрыва и импульсных процессов)

ЛАНДАУ Лев Давидович (1908-1968) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по квантовой теории поля, физике низких температур, физике элементарных частиц, физике плазмы

ЛАНДСБЕРГ Григорий Самуилович (1890-1957) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по оптике и спектроскопии

ЛЕБЕГ Анри /Henri Leon Lebesgue/ (1875-1941) — французский математик. Осн. труды по метрической и дескриптивной теории функций действительного переменного, топологии и функциональному анализу

ЛЕВИН Владимир Львович (р. 1938) — математик. Осн. труды по функциональному анализу, теории экстремума, математической экономике

ЛЕВИТИН Евгений Соломонович (р. 1942) — математик. Осн. труды по теории экстремума, вычислительной математике, математической экономике

ЛЕОНТОВИЧ Михаил Александрович (1903-1981) — физик, академик АН СССР. Осн. труды в области физики плазмы и радиофизики

ЛЕРЕ Жан /Jean Learay/ (1906-1998) — французский математик. Осн. труды по функциональному анализу, топологии, дифференциальным уравнениям, теории функций

ЛИДОВ Михаил Львович (1926-1993) — математик и прикладной математик. Осн. труды в области спектральной теории дифференциальных операторов, теории оптимального управления и космической навигации

ЛУЗИН Николай Николаевич (1883-1950) — математик, академик АН СССР. Осн. труды по метрической и дискрептивной теории функций действительного переменного, аналитическим функциям, дифференциальным уравнениям, дифференциальной геометрии, математической логике и основаниям математики

ЛУНЦ Александр Лазаревич (р. 1924) — математик. Осн. труды по топологии

ЛУПАНОВ Олег Борисович (1932-2006) — математик, академик РАН, создатель и первый заведующий кафедрой дискретной математики Мехмата МГУ (1981-2006), декан Мехмата МГУ (1980-2006). Осн. труды по математической логике и кибернетике

ЛЯПУНОВ Алексей Андреевич (1911-1973) — математик, чл.-корр. АН СССР, профессор кафедры вычислительной математики Мехмата МГУ. Осн. труды в области математической логики, кибернетики, ЭВМ и программирования

МАЗУРКЕВИЧ Стефан /Stefan Mazurkiewicz/ (1888-1945) — польский математик. Основные труды по топологии, математическому анализу, теории вероятности

МАЛЫШЕВ Вячеслав Александрович (1902-1957) — «сталинский нарком», один из руководителей создания в 1930-ые -1950-ые годы индустрии СССР, умер от лучевой болезни после посещения испытательного полигона советской водородной бомбы.

МАНДЕЛЬШТАМ Леонид Исаакович (1879-1944) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по нелинейным колебаниям, радиолокации, комбинационному рассеянию света

МАНИН Юрий Иванович (р. 1937) — математик, чл.-корр. РАН, профессор кафедры высшей алгебры Мехмата МГУ. Осн. труды по алгебраической геометрии, теории чисел, математической физике

МАРГУЛИС Григорий Александрович (р. 1946) — математик. Осн. труды в области эргодической теории, теории групп Ли, теории представлений, теории чисел, комбинаторики и теории информации

МАТВЕЕВ Иван Васильевич (1917-1977) — математик, доцент кафедры математического анализа Мехмата МГУ. Осн. труды в области теории функций комплексного переменного

МИНКОВСКИЙ Герман /Hermann Minkowski/ (1864-1909) — немецкий математик. Осн. труды по геометрии (в частности, дал геометрическую интерпретацию кинематики специальной теории относительности), теории чисел, математической физике, гидродинамике.

МИЩЕНКО Евгений Фролович (1922-2010) — математик, академик АН СССР. Осн. труды по дифференциальным уравнениям и оптимальному управлению

МОИСЕЕВ Никита Николаевич (1917-2000) — математик и прикладной математик, академик АН СССР. Осн. труды по динамике твёрдого тела (с жидкостью), численным методам математической физики, оптимальному управлению

МОРОЗОВА Елена Александровна (р. 1928) — математик, доцент кафедры высшей геометрии и топологии Мехмата МГУ. Осн. труды по геометрии

МОРОЗОВА /урожд. Мельцер /Любовь Борисовна (1920-2005) — прикладной математик

МЯСИЩЕВ Владимир Михайлович (1902-1978) — авиаконструктор. Под его руководством созданы советские самолёты-бомбардировщики и транспортные самолёты

НЕМЫЦКИЙ Виктор Владимирович (1900-1967) — математик, профессор кафедры дифференциальных уравнений Мехмата МГУ. Осн. труды в области качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений

НЕСМЕЯНОВ Александр Николаевич (1899-1980) — химик, академик АН СССР, ректор МГУ (1948-1951), президент АН СССР ((1951-1961). Осн. туды по химии элементоорганических соединений

НОВИКОВ Сергей Петрович (р. 1938) — математик, академик РАН, заведующий кафедрой высшей геометрии и топологии Мехмата МГУ (с 1982 г.). Осн. труды по геометрии, топологии (включая алгебраическую и дифференциальную топологию), теории графов, теории динамических систем, теории солитонов, теории интегрируемых систем, квантовой теории твёрдого тела, квантовой теории поля, теории относительности, математической физике и теоретической физике

ОВЧИННИКОВ Владимир Фёдорович (р. 1928) — директор Московской 2-ой математической школы

ОГИБАЛОВ Пётр Матвеевич (1907-1991) — механик, профессор кафедры теории упругости Мехмата МГУ, декан Мехмата МГУ (1969-1977). Осн. труды в области механики твёрдых деформируемых тел

ОЛЕЙНИК Ольга Арсеньевна (1925-2001) — математик, академик РАН, заведующая кафедрой дифференциальных уравнений Мехмата МГУ (1973-2001). Осн. труды в области дифференциальных уравнений, математической физики и их приложений

ПЕЛЧИНСКИЙ Александр /Aleksander Pelczynski/ (р. 1932) — польский математик. Осн. труды в области функционального анализа

ПЕТРОВ Георгий Иванович (1912-1987) — механик, академик АН СССР, заведующий кафедрой аэромеханики и газовой динамики Мехмата МГУ (1955-1987). Осн. труды по прикладной газовой динамике и космической аэродинамике

ПЕТРОВСКИЙ Иван Георгиевич (1901-1973) — математик, академик АН СССР, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Мехмата МГУ (1951-1973), декан Мехмата МГУ (1939-1944), ректор МГУ (1951-1973). Осн. труды по дифференциальным уравнениям, алгебраической геометрии, теории вероятностей, математической физике

ПЛЕСНЕР Абрам Иезекиилович (1900-1961) — математик (переехал в СССР из фашистской Германии). Работал на Мехмате МГУ. Осн. труды по функциональному анализу, теории функций комплексного переменного, операционному исчислению

ПОВЗНЕР Александр Яковлевич (1915-2008) — математик, выпускник Харьковского университета. Осн. труды по спектральной теории дифференциальных операторов, гармоническому анализу, математической физике

ПОЛИА Дьёрдь /Gyorgy Polya/ (1887-1985) — венгерский математик. Осн. труды по теории чисел, функциональному анализу, математической статистике, комбинаторике

ПОЛЯК Борис Теодорович (р. 1935) — математик. Осн. труды по теории экстремума и численным методам

ПОНТРЯГИН Лев Семёнович (1908-1988) — математик, академик АН СССР. Осн. труды по топологии, теории непрерывных групп, теории оптимального управления

ПОСТНИКОВ Михаил Михайлович (1927-2004) — математик, профессор кафедры высшей геометрии и топологии Мехмата МГУ. Осн. труды в области алгебраической топологии

ПУАНКАРЕ Анри /Henri Jules Poincare/ (1854-1912) — французский математик, физик и философ. Осн. труды в области дифференциальных уравнений, теории аналитических функций, топологии, небесной механики, математической физики и философии (основатель теории конвенционализма)

ПЯТЕЦКИЙ-ШАПИРО Илья Иосифович (1929-2009) — математик. Осн. труды в области алгебры, теории чисел и функционального анализа

РАДВОГИН Юлиан Борисович (1934-2003) — математик и прикладной математик, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды по вычислительной математике и математической физике

РАДОН Иоганн /Johann Karl August Radon/ (1887-1956) — австрийский математик. Осн. труды по функциональному анализу, интегральной геометрии, комбинаторике, выпуклому анализу

РАКОВА Элла Сергеевна — сотрудник редакции Успехи математических наук (информацию о годах её жизни установить не удалось)

РАШЕВСКИЙ Пётр Константинович (1907-1983) — математик, заведующий кафедрой дифференциальной геометрии Мехмата МГУ (1964-1983). Осн. труды в области дифференциальной геометрии

РОББИНС Герберт /Herbert Robbins/ (1915-2001) — американский математик. Осн. труды по топологии, теории меры, математической статистике

САДОВНИЧИЙ Виктор Антонович (р. 1939) — математик, академик РАН, заведующий кафедрой математического анализа Мехмата МГУ (с 1982 г.), ректор МГУ (с. 1992 г.). Осн. труды по математическому анализу, спектральной теории дифференциальных операторов, математическому моделированию, математическим методам обработки информации

САКАМОТО Рейко /Reiko Sakamoto, урожд. Arima/ — современный японский математик, специалист в области математической физики (год её рождения установить не удалось)

САРЫЧЕВ Василий Андреевич (р. 1931) — математик и механик. Осн. труды по аналитической механике и динамике космических полетов

САХАРОВ Андрей Дмитриевич (1921-1989) — физик и общественный деятель, академик АН СССР, один из создателей водородной бомбы в СССР (1953). Осн. труды в области магнитной гидродинамики, физики плазмы, управляемого термоядерного синтеза, физики элементарных частиц, астрофизики и гравитации. Активный участник правозащитного движения

СВИРЕЖЕВ Юрий Михайлович (1938-2007) — математический биолог, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ

СЕГЁ Габор / Gabor Szego/ (1895-1985) — венгерский математик. Осн. труды по математическому анализу и теории функций

СЕДОВ Леонид Иванович (1907-1999) — механик, академик АН СССР, заведующий кафедрой гидромеханики Мехмата МГУ (1939-1999). Осн. труды по гидромеханике, аэромеханике, механике сплошной среды, газовой динамике, теории подобия и моделирования, явлениям глиссирования и взрыва

СЕДЫХ Диана Георгиевна (р. 1933) — математик

СЕМЁНОВ Николай Николаевич (1896-1986) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по химической физике, теории цепных реакций, тепловым взрывам газовых смесей

СИНАЙ Яков Григорьевич (р. 1935) — математик, академик РАН, профессор кафедры теории вероятностей Мехмата МГУ. Осн. труды в области эргодической теории, динамических систем, статистической физики, теории вероятностей

СИТНИКОВ Кирилл Александрович (р. 1926) — математик. Осн. труды по топологии

СКВОРЦОВ Валентин Анатольевич (р. 1935) — математик, профессор кафедры теории функций и функционального анализа

Мехмата МГУ. Осн. труды по теории функций, теории интегралов, функциональным рядам

СМИРНОВ Модест Михайлович (1921-1990) — математик. Основные труды по уравнениям в частных производных и их приложениям

СМОЛЯК Сергей Абрамович (р. 1936) — математик и прикладной математик. Осн. труды в области математической экономики

СОБОЛЕВ Владимир Иванович (1913-1995) — математик. Осн. труды по функциональному анализу

СОБОЛЕВ Сергей Львович (1908-1989) — математик, академик АН СССР, заведующий кафедрой вычислительной математики Мехмата МГУ (1953-1958). Осн. труды по математической физике, функциональному анализу, вычислительной математике

СОКОЛОВ Юрий Петрович (р. 1939) — механик, сотрудник Мехмата МГУ

СУДАРЕВ Юрий Николаевич (р. 1940) — математик, доцент кафедры математического анализа Мехмата МГУ, специалист по математическому анализу и дифференциальным уравнениям

СУЛТАНОВ Игорь Адамович (р. 1941) — механик, директор научно-образовательного центра компьютерного моделирования и безопасных технологий МГУ, специалист по теоретической механике и автоматическому регулированию

ТАММ Игорь Евгеньевич (1895-1971) — физик, академик АН СССР. Осн. труды по квантовой механике, ядерной физике, физике твёрдого тела

ТИХОНОВ Андрей Николаевич (1906-1993) — математик, академик АН СССР, заведующий кафедрой вычислительной математики Мехмата МГУ (1958-1970). Осн. труды по топологии, функциональному анализу, дифференциальным уравнениям, геофизике, вычислительной математике

ТРЕНОГИН Владилен Александрович (р. 1931) — математик. Осн. труды в области функционального анализа и его приложений

ТРИКОМИ Франческо /Francesco Giacomo Tricomi/ (1897-1978) — итальянский математик. Осн. труды по обыкновенным дифференциальным уравнениям, уравнениям в частных производных и их приложениям

ТУМАРКИН Лев Абрамович (1904-1974) — математик, профессор кафедры математического анализа Мехмата МГУ, декан Мехмата МГУ (1935-1939). Осн. труды в области топологии и математического анализа

УРЫСОН Павел Самуилович (1898-1924) — математик. Осн. труды по топологии

УСПЕНСКИЙ Владимир Владимирович (р. 1959) — математик

ФЕДОРЕНКО Радий Петрович (1930-2009) — математик и прикладной математик. Осн. труды по вычислительной математике (в частности, по теории разностных схем и численным методам решения задач оптимального управления) и математическому моделированию сложных физических процессов (в том числе, расчёт ядерных реакторов и динамики плазмы)

ФИЛИППОВ Виктор Борисович (р. 1943) — математик, выпускник кафедры теории чисел Мехмата МГУ. В настоящее время занимается научно-издательской деятельностью

ФИНИКОВ Сергей Павлович (1883-1964) — математик, заведующий кафедрой дифференциальной геометрии Мехмата МГУ (1953-1964). Осн. труды в области геометрии и дифференциальных уравнений в частных производных

ФОРД Джозеф /Joseph Ford/ (р. 1927) — американский математик и прикладной математик. Осн. труды по дифференциальным уравнениям, нелинейной механике, теории хаоса, компьютерному моделированию

ФУКС Дмитрий Борисович (р. 1939) — математик. Осн. труды в области топологии и теории алгебр Ли

ФЕТ Абрам Ильич (1924-2007) — математик. Осн. труды в области топологии и её приложений

ХАЗИН Леонид Григорьевич (1938-1986) — математик и прикладной математик. Осн. труды по обыкновенным дифференциальным уравнениям, уравнениям в частных производных и их приложениям

ХАРИТОН Юлий Борисович (1904-1996) — физик, академик

АН СССР. Осн. труды по ядерной физике и физической химии

ХОВАНСКИЙ Аскольд Георгиевич (р. 1947) — математик. Осн. труды по теории особенностей, вещественному и комплексному анализу, дифференциальным уравнениям, алгебраической геометрии, комбинаторике, многогранникам Ньютона и малочленам

ХОХЛОВ Рем Викторович (1926-1977) — физик, академик АН СССР, ректор МГУ (1973-1977). Осн. труды по нелинейной оптике, радиофизике, теории нелинейных колебаний, нелинейной акустике, квантовой электронике

ЦЕТЛИН Михаил Львович (1924-1966) — прикладной математик, специалист по математической биологии

ЦИТЛАНАДЗЕ Элизбар Семёнович (1912-1982) — математик. Осн. труды по вариационному исчислению, функциональному анализу и уравнениям в частных производных

ЧЕНЦОВ Николай Николаевич (1930-1992) — математик и прикладной математик. Осн. труды по теории вероятности, математической статистике, случайным процессам, функциональному анализу, теоретико-числовым методам приближённых вычислений

ЧЕРНОУСЬКО Феликс Леонидович (р. 1938) — механик, академик РАН. Осн. труды по теории оптимального управления, численным методам расчёта задач оптимального управления, математическому моделированию динамики сложных систем

ЧУДОВ Лев Алексеевич (1922-2008) — математик. Осн. труды по уравнениям в частных производных и их приложениям

ЧУКАНОВ Сергей Вячеславович (р. 1936) — математик и прикладной математик. Осн. труды по оптимальному управлению, математической экономике, компьютерному моделированию

ШАБАТ Борис Владимирович (1917-1987) — математик, профессор кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по теории функций комплексного переменного

ШАЗИ Жан /Jean Francois Chazy/ (1882-1955) — французский математик и астроном. Осн. труды в области космической динамики

ШАФАРЕВИЧ Игорь Ростиславович (р. 1923) — математик, академик РАН. Осн. труды по алгебре, алгебраической геометрии, теории чисел

ШЕСТАКОВ Виктор Иванович (1907-1987) — математик и прикладной математик. Осн. труды по математической логике, программированию и математическим основам конструирования ЭВМ

ШИДЛОВСКИЙ Андрей Борисович (1915-2007) — математик, заведующий кафедрой теории чисел Мехмата МГУ (1968-2002). Осн. труды по теории трансцендентных чисел и теории диофантовых приближений

ШИЛОВ Георгий Евгеньевич (1917-1975) — математик, профессор кафедры теории функций и функционального анализа Мехмата МГУ. Осн. труды по теории функций, функциональному анализу, дифференциальным уравнениям, алгебре

ШМИДТ Отто Юльевич (1891-1956) — учёный и государственный деятель. Один из организаторов освоения Северного морского пути, академик АН СССР, заведующий кафедрой высшей алгебры Мехмата МГУ (1929-1948), автор первой в России монографии по теории групп, разработчик космогонической гипотезы образования тел Солнечной системы в результате конденсации околосолнечного газово-пылевого облака, главный редактор 1-ой Большой Советской энциклопедии

ШНИРЕЛЬМАН Лев Генрихович (1905-1938) — математик, чл.-корр. АН СССР, заведующий кафедрой теории чисел Мехмата МГУ (1935-1938). Осн. труды по теории чисел и вариационному исчислению «в целом»

ШНОЛЬ Эммануил Эльевич (р. 1928) — математик и прикладной математик. Осн. труды в области спектральной теории дифференциальных операторов, устойчивости дифференциальных уравнений, вычислительной математики, молекулярной динамики, математической биологии

ШТАРКМАН Всеволод Серафимович (1931-2005) — прикладной математик, преподавал на кафедре общих проблем управления Мехмата МГУ. Осн. труды по ЭВМ и системному программированию

ШУРА-БУРА Михаил Романович (1918-2008) — математик и прикладной математик. Осн. труды по топологии, информатике и основам программирования

ЭНЕЕВ Тимур Магометович (р. 1924) — механик, академик РАН. Осн. труды в области теории управления космическими аппаратами

ЯНОВСКАЯ Софья Александровна (1896-1966) — математик, профессор Мехмата МГУ. Осн. труды в области методологии математики, математической логики и истории математики

ДОПОЛНЕНИЯ

В первоначальном замысле планировалось дать достаточно подробные обзоры творческой деятельности ушедших от нас коллег и друзей. Это удалось сделать лишь частично. В этом дополнении приведены статьи В. М. Тихомирова об исследованиях В. М. Алексеева, К. И. Бабенко (с добавлением А. И. Аптекарева) и Л. А. Люстерника, а также статьи А. Б. Дмитрука и Н. П. Осмоловского о творчестве А. А. Милютина, О. Г. Смолянова о научном творчестве С. В. Фомина и С. Илиадиса о работах С. В. Фомина по топологии.

В. М. Тихомиров

О работах В. М. Алексеева по небесной механике и символической динамике

Творческая жизнь Владимира Михайловича Алексеева в ее основной части может быть озаглавлена также, как был назван им его доклад на международном Конгрессе в Ницце: «Финальные движения в задаче трех тел и символическая динамика». Им был написан пока не опубликованный текст, озаглавленный так: «Краткая справка о работах В. М. Алексеева в области дифференциальных уравнений в 1967 – 1977 гг., составленная им самим». Ее возможно воспринимать, как подведение итогов всей его творческой жизни (которая длилась, к сожалению, так коротко — лишь немногим больше четверти века). Текст состоит из шести машинописных страниц и включает в себя две теоремы. Одна посвящена символической динамике, другая — финальным движениям.

В краткой справке приведена еще одна классификация Шази, в которой 16 позиций. Теорема о финальных движениях, приведенная в справке, утверждает, что «реализуются все $16=4\times 4$ логически возможные комбинации финальных типов движения по Шази при $t\to -\infty$ и при $t\to +\infty$». Как мы помним, работа 1954 года начиналась с почти чистого листа, с фактически ничем не заполненной таблицы Шази, а завершилась полным ее заполнением. Решение проблемы потребовало огромных усилий.

Но как часто случается, к цели достигнутой после мучительных блужданий вслепую, возможно было придти и более коротким путем. Ученые при осмыслении глубоких проблем редко впадают в «неслыханную простоту», но по прошествии времени во многих случаях приходит на ум афоризм Эйнштейна: «Мир устроен просто. Очень просто. **Но не более того!**»

И снова (и мне всегда как-то особенно приятно это осознавать), один из важнейших элементов всей теории, приведший к ее полному завершению, был заложен Андреем Николаевичем Колмогоровым. Как не раз это с ним случалось, по-видимому, мимоходом, между делом, чего доброго в разговоре за столом (скорее всего с Кириллом Александровичем Ситниковым), когда вдруг возник вопрос о возможности осцилляции в задаче трех тел, Колмогоров предложил рассматривать так называемую *равнобедренную задачу трех тел*, когда два тела равной массы расположены симметрично относительно вертикальной оси, находясь обе в перпендикулярной плоскости, в то время, как третье тело малой массы (а еще лучше — нулевой массы), имеет скорость вдоль вертикальной оси (при этом треугольник, соединяющий центры тел является всегда равнобедренным). В силу симметрии такое расположение будет сохраняться во все времена. Обладая замечательной «интуицией процессов» (он причислял ее к особому типу одаренности), Колмогоров не сомневался в том, что два симметричных тела смогут возмущать движение третьего тела так, что в итоге получится осциллирующее движение. Ситников заинтересовался задачей, и проведя кое-какие подсчеты, убедил себя в том, что интуиция Колмогорова не подвела. Но долгое время текста написано не было, и я помню, как на протяжении большого времени Андрей Николаевич старался добиться от Кирилла Александровича текста публикации. И добился. Существеннейшее усиление результата Ситникова было получено Алексеевым.

Если масса третьего тела ненулевая, а положение в момент времени t равно $z(t)$, то движение этого «тела» описывается достаточно простым с виду уравнением:

$$\ddot{z} = -\frac{z}{(z^2 + r(t)^2)^{3/2}}, \qquad (*)$$

где $r(t)$ — расстояние от первого тела до второго.

В. М. Алексеев разработал глубокую теорию подобных уравнений, что, в частности, привело и к исчерпанию темы финальных движений.

Вот один из сформулированных в справке результатов.

Для достаточно малого эксцентриситета $\varepsilon > 0$ и любой последовательности $M = \{m_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ найдется такое число N, что для $n > N$ существует решение $z(\cdot, M)$ уравнения $(*)$, нули τ_k которого удовлетворяют равенству $[\frac{\tau_{k+1}-\tau_k}{2\pi}] = m_k\ \forall k \in \mathbb{Z}$.

Подобные утверждения и носят название символической динамики. Утверждение теоремы Алексеева является свидетельством того феномена, о котором говорилось выше: *динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями (причем столь простыми как $(*)$) могут иметь очень сложную структуру решений, напоминающую случайный процесс.* Окончательный результат дался В. М. ценой огромного труда. Затем некоторое упрощение доказательств было получено Ю. Мозером. Об этом выразительно сказано в статье K. Zare and S. Chesley. «Order and chaos in the planar isosceles three-body problem». Chaos, Vol. 8, № 2. 1998: «Приложение символической динамики к задаче Ситникова было осуществлено Алексеевым, дополнившим работу Ситникова, посвященную этой модели. Алексеевым же результаты были распространены на случай, когда третье тело имеет ненулевую массу. Сведя задачу к отображению [последования] и обнаружив присутствие структуры «подковы Смейла», Мозер дал красивую геометрическую интерпретацию результатов Алексеева. Доказательство Мозера основывается на преобразовании, введенном Мак-Гэхи, которое выявляет наличие [фиктивной] гиперболической периодической орбиты в бесконечности. Эта орбита имеет два инвариантных многообразия, пересекающихся в гомоклинической точке, что и приводит к появлению структуры «подковы Смейла» в ее непосредственной окрестности.»

В. М. Тихомиров

О работах К. И. Бабенко в теории аппроксимации

Начальный этап в творчестве Константина Ивановича пролегал в ареале харьковской математической школы. В его первой публикации (совместной с Н. И. Ахиезером) был сделан существенный сдвиг к разрешению давней проблемы, поставленной С. Н. Бернштейном, касающейся плотности полиномов в весовых пространствах на вещественной оси. В следующих двух работах обсуждались проблемы базисов и сопряженных функций в весовых пространствах. Бабенко получает замечательный результат об ограниченности преобразования Гильберта в пространствах L_p с весом x^α при $-1 < \alpha < p-1$, и с помощью этого результата строит пример базиса, который не является базисом Рисса, решив тем самым проблему Н. К. Бари. Все три работы были опубликованы в ДАН СССР. В четвертой — трехстраничном сообщении о докладе на Математическом обществе, опубликованном в УМН, освещаются некоторые результаты его докторской диссертации. Пятая работа — первая достаточно большая по объему — была посвящена теоремам, обобщающим замечательные результаты Карлемана и Островского по проблеме квазианалитичности. (Карлемана Константин Иванович очень ценил, как выдающегося аналитика).

В 1958 году появляется первая работа Константина Ивановича, в которой обсуждаются две проблемы теории приближений. Вот краткая предыстория этой работы. В тридцатые годы, благодаря исследованиям А. Н. Колмогорова (1935) и Ж. Фавара (1936), вошел в обиход соболевский класс $W^r_\infty(\mathbb{T})$ 2π-периодических функций, у которых r-я производная удовлетворяет условию Липшица с константой единица. Колмогоров в своей работе 1935 г. по сути дела ввел величину $\varphi(C,\Lambda,X) = \sup\limits_{x\in C}\|x-\Lambda x\|_X$, характеризующую точность приближения элементов из класса C, расположенного в нормированном пространстве X, линейным оператором Λ. При этом Колмогоров вычислил сильную асимптотику величины $\varphi(W^r_\infty(\mathbb{T}), S_n, C(\mathbb{T}))$, где $S_n(t,x(\cdot)) = \frac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{n}(a_k\cos kt +$

$b_k \sin kt)$ — n-я сумма ряда Фурье функции $x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum\limits_{k\in\mathbb{N}} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$, принадлежащей $W^r_\infty(\mathbb{T})$.

В 1958 году С. Б. Стечкин защищал докторскую диссертацию. Одним из важных результатов диссертации Стечкина было вычисление асимптотики величины $\varphi(H^r_\infty(D), Tay_n, C(D))$, где $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \le 1\}$ — единичный круг в комплексной плоскости, $H^r_\infty(D)$ — класс аналитических функций f, непрерывных на единичном круге, аналитических во внутренних точках единичного круга и таких, что r-тая производная от таких функций внутри единичного круга не превосходит единицы, а $Tay_n(z, f(\cdot)) = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} z^k$ — n-тая сумма Тейлора функции f. (Ныне класс $H^r_\infty(D)$ называют классом Харди – Соболева). Саму задачу поставил перед Стечкиным (в 1942 году !) А. Н. Колмогоров. К. И. Бабенко был оппонентом диссертации С. Б. Стечкина. Ему удалось упростить доказательство диссертанта. В результате в работе в *Изв. АН СССР, сер. матем, 1958, 22:5* было приведено новое доказательство следующего результата Стечкина: $\varphi(H^r_\infty(D), Tay_n, C(D)) = \frac{1}{\pi} \frac{\ln n}{n^r} + O(\frac{1}{n^r})$.

Бабенко показал, что доказательство теоремы 1 можно провести параллельно колмогоровскому доказательству теоремы из работы 1935 года. Так Константин Иванович впервые испытал влияние А. Н. Колмогорова, и оно потом питало творчество Бабенко до конца его жизни.

В той же работе К. И. вычисляет уклонение класса $H^r_\infty(D)$ от пространства алгебраических полиномов заданной степени. Здесь события развивались так. Ж. Фавар в своей работе 1936 года по сути дела ввел величину $d(C, L, X) = \sup\limits_{x\in C} \inf\limits_{y\in L} \|x - y\|_X$ уклонения класса C от аппроксимирующего подпространства L в метрике пространства X. При этом он вычислил точное значение величины $d(W^r_\infty(\mathbb{T}), \mathcal{T}_n, C(\mathbb{T}))$, где $\mathcal{T}_n$ — пространство тригонометрических полиномов степени n.

В упомянутой выше работе 1958 года Бабенко доказал следующую формулу:
$d(H^r_\infty(D), \mathcal{P}_n, C(D)) = \alpha_{nr}$, где $\alpha_{kr} = (k(k-1)\dots(k-r+1))^{-1}$.

Колмогоров выделял три типа математической одаренности: геометрическое воображение, искусство «последовательного, правильно расчлененного логического рассуждения и умение производить алгебраические вычисления, в смысле умелого преобразования сложных буквенных выражений, [...] развитие вычислительных, или, как говорят, „алгоритмических способностей"». В своем доказательстве Константин Иванович замечательно подтвердил свою одаренность «третьего типа», особенно в области комплексного анализа.

Замечательный, пионерский результат Константин Иванович получил в комплексном анализе, вычислив сильную асимптотику ε-энтропии одного класса аналитических функций.

Вот как развивались здесь события. В пятидесятые годы к нам стали проникать идеи теории информации. Отталкиваясь от работы Шеннона 1948 года, в которой было введено понятие энтропии случайного объекта, Колмогоров в работе в ДАН СССР, т. 108, №3, 1956, ввел понятие *ε-энтропии метрического компакта C*. Такая величина была обозначена $\mathcal{H}_\varepsilon(C)$. В названной работе Колмогоровым были подсчитаны слабые асимптотики некоторых классов гладких и аналитических функций. Для функций на компакте $K \subset \mathbb{C}$, являющихся следом функций аналитических в области G, содержащей компакт K и ограниченных в G некоторой константой (обозначим этот класс, рассматриваемый в равномерной метрике на K через $\mathcal{A}_G^K$), Колмогоров доказал, что $\mathcal{H}_\varepsilon(\mathcal{A}_G^K) \asymp (\ln \frac{1}{\varepsilon})^2$. Вскоре Витушкин для некоторых пар (K, G), где функции из $\mathcal{A}_G^K$ представлялись известными рядами Тейлора, Лорана, Чебышева и т. п., нашел сильную асимптотику $\mathcal{H}_\varepsilon(\mathcal{A}_G^K)$. Выступая как-то раз на мех-мате с обзором недавно полученных им, его учениками и последователями результатов, Андрей Николаевич, высказал убеждение в том, что можно будет доказать сильную асимптотику $\mathcal{H}_\varepsilon(\mathcal{A}_G^K)$ для любой пары (K, G). Он добавил при этом, что константой при $(\ln \frac{1}{\varepsilon})^2$ должно быть нечто физически осмысленное, «вроде потока».

Задачей Колмогорова заинтересовались двое — мой сокурсник, подававший большие надежды, но вскоре погибший в горах, Владислав Дмитриевич Ерохин и Константин Иванович Бабенко. Они завершили свои исследования одновременно. Обоими авторами был доказан такой результат: *Если K — континуум, а G — односвязная область, его содержащая, то* $\mathcal{H}_\varepsilon(\mathcal{A}_G^K) \sim \frac{(\ln \frac{1}{\varepsilon})^2}{\ln \frac{R}{r}}$, *где r и R, соответственно, внутренний и наружный радиусы кольца, куда однолистно отображается область $G \setminus K$.*

Константин Иванович опубликовал свой результат в *Научн. докл. высш. шк., физ-мат науки, № 2, 1958*; Ерохин опубликовал свой результат в ДАН СССР.

Доказательства оказались совершенно разными. Ерохин базировался на том, что доказал интересную лемму о представлении отображения области $G \setminus K$ на кольцо, в виде суперпозиции специальных отображений, что дало ему возможность построить особые базисы для представления функций из $\mathcal{A}_G^K$, обладающие свойствами базиса Тейлора, когда G — открытый круг с центром в нуле, а K — замкнутый концентрический круг. Бабенко устроил некий эластичный интерполяционный процесс.

Задача Колмогорова оказалась очень плодотворной. Оказалось, что многое было фактически известно задолго до того, как в школе Колмогорова начали заниматься подсчетами ε-энтропии. Воспользовавшись этими «известностями», я, вместе с одним из моих первых аспирантов А. Левиным, при некоторых допущениях относительно пары (G, K) вычислили $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{H}_\varepsilon(\mathcal{A}_G^K)}{\ln^2 \frac{1}{\varepsilon}}$. Эта величина оказалась потоком электричества через контур, разделяющий K и G, если зарядить K единичным зарядом, а границу G «заземлить».

Вослед за Колмогоровым, Константин Иванович много усилий потратил на решение задач о поперечниках гладких функций.

И эта тема имела известную предысторию. Колмогоров в своей работе в 1936 г. ввел величину $d_n(C, X) = \inf\limits_{L_n} \sup\limits_{x \in C} d(C, L_n, X)$ (где X — нормированное пространство, C — аппроксимируемое подмножество (класс) элементов из X, $\{L_n\}$ — совокупность n-мерных подпространств X). Эта величина в дальнейшем была названа *n-мерным поперечником по Колмогорову класса C в X*; она характеризует возможности n-мерных подпространств, как средства приближения класса C в метрике X. В указанной работе Колмогоров вычислил величину $d_n(W_2^r(\mathbb{T}), L_2(\mathbb{T}))$. В течение двадцати лет работ по поперечникам фактически не было. В пятидесятые годы Стечкин, Бабенко и я привлекли внимание к понятию колмогоровского поперечника, причем К. И. Бабенко породил новое научное направление, в котором стали исследовать асимптотики поперечников классов функций конечной гладкости *многих переменных* . Приведем исходный результат Бабенко. Обозначим через $W_\infty^{1,1}(\mathbb{T}^2)$ — класс 2π-периодических функций, ортогональных функциям от одного переменного и таких, что $\sup_{(t_1,t_2)\in\mathbb{T}^2}|\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}x(t_1,t_2)| \le 1$. Имеют место такие неравенства:

$c\frac{1}{n} \le d_n(W_\infty^{1,1}(\mathbb{T}^2), C(\mathbb{T}^2) \le C\frac{\log n}{n}$.

Из замечательных результатов, за которым закрепилось имя Бабенко — одно экстремальное неравенство.

Пусть $x(\cdot) \in L_p(\mathbb{T}),\ 1 < p < 2,\ p' = \frac{p}{p-1},\ x(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x_k e^{ikt}$. Тогда имеет место точное неравенство (Хаусдорфа-Юнга):

$$\Big(\sum_{k\in\mathbb{Z}}|x_k|^{p'}\Big)^{1/p'} \le \Big(\frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{T}}|x(t)|^p dt\Big)^{1/p}.$$

Титчмарш перенес этот результат на интегралы Фурье, доказав при $1 < p < 2$ неравенство ($\widehat{x}(\cdot)$ — преобразование Фурье функции $x(\cdot)$):

$$\Big(\frac{1}{2\pi}\Big)^{1/2}\Big(\int_{\mathbb{R}}|\widehat{x}(t)|^{p'}\,dt\Big)^{1/p'} \le \Big(\frac{1}{2\pi}\Big)^{1/2}\Big(\int_{\mathbb{R}}|x(t)|^p dt\Big)^{1/p}.$$

Это неравенство не было точным. Константин Иванович получил следующий точный результат:

$\Big(\big(\frac{p'}{2\pi}\big)^{1/2}\int_{\mathbb{R}}|\widehat{x}(t)|^{p'}\,dt\Big)^{1/p'} \le \Big(\big(\frac{p}{2\pi}\big)^{1/2}\int_{\mathbb{R}}|x(t)|^p dt\Big)^{1/p},\ 1 < p \le 2.$

Равенство достигается на гауссовской кривой $t \mapsto e^{-t^2}$.

Я коснулся лишь фрагмента творческого наследия Константина Ивановича, который был тесно связан с моими математическими занятиями. Само же это наследие очень велико.

А. И. Аптекарев

О доказательных вычислениях, проблеме Гаусса и гипотезе Бибербаха в творчестве К. И. Бабенко

Константин Иванович решил несколько трудных математических задач, используя доказательные вычисления. Одной из первых задач в этом ряду была известная проблема Гаусса. Постановка этой проблемы и ее обсуждение очень хорошо изложены в книжке Хинчина [1], которую Бабенко конечно же читал и хорошо знал. Однако, побудительным мотивом серьезно заняться этой задачей, возможно была книга Кнута «Искусство программирования» , которую переводила Галина Петровна — жена Константина Ивановича, а сам он был научным редактором перевода. Книга Кнута безусловно один из памятников мировой математической литературы и Константин Иванович работал над ней с большим интересом. По-видимому, именно обсуждение в книге Кнута этой проблемы Гаусса заново привлекло интерес Бабенко к этой задаче.

Оригинальная постановка касается непрерывных дробей действительных чисел:

$$\alpha = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ddots}} =: [a_0\,;\, a_1\, a_2\, \ldots]\,,$$

здесь $\alpha \in \mathbb{R}_+$ и $a_n, n \in \mathbb{N}$. Пусть $\eta_n(\alpha) := [0\,;\, a_{n+1}\, a_{n+2}\, \ldots] \in [0,1)$ и пусть

$$F_n(x) := \mathrm{mes}\{\alpha :\ \eta_n(\alpha) < x\} = \mathrm{mes}\{\alpha :\ a_{n+1}(\alpha) \geq [1/x]\}.$$

Гаусс (1812) в письме Лапласу известил об открытии им предела

$$\lim_{n\to\infty} F_n(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln 2}\,, \quad 0 \leq x \leq 1\,, \tag{1}$$

[1] А. Я. Хинчин, *Цепные дроби*, М.-Л., ОНТИ, 1935; (4th edition - М., Наука, 1978)

и поставил задачу нахождения скорости стремления к пределу:

$$\left| F_n(x) - \frac{\ln(1+x)}{\ln 2} \right| \simeq \ ?$$

Существование предела (1) доказал Кузьмин [2] (1928)

$$\left| F_n(x) - \frac{\ln(1+x)}{\ln 2} \right| = \mathcal{O}(\exp(-A\sqrt{n}))\,.$$

К. И. Бабенко совместно с С. П. Юрьевым, который в этом проекте отвечал за программирование вычислительной части, решили[3] задачу Гаусса, доказав что

$$F_n(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln 2} + \lambda^n \phi(x) + \mathcal{O}(\rho^n)\,,$$

где $\lambda = -0.30366300 + \vartheta \cdot 5.85 \cdot 10^{-6}$, $|\vartheta| < 1$, $\rho < 0.15$, а $\phi(x)$ — некоторая функция с априорными оценками. Заключительный момент доказательства этого утверждения содержал некоторые вычисления на компьютере, но, безусловно, основное его содержание составляет мощная аналитическая проработка, которой так славился Константин Иванович. Обычно, в этой задаче, используя следующую непосредственно из определения F_n рекурсию

$$F_{n+1} := \sum_{j=1}^{\infty} F_n\,(\frac{1}{j}) - F_n\,(\frac{1}{j+x})\,, \qquad F_0 = x,$$

определяют оператор Гаусса G на функциях F распределения мер :

$$G[F(x)] := \sum_{j=1}^{\infty} F\,(\frac{1}{j}) - F\,(\frac{1}{j+x})\,.$$

(Отметим, неподвижная точка G - инвариантная мера преобразования $T(x) := \{1/x\}$). Бабенко доказал, что оператор G – ком-

[2]R. O. Kuzmin, *Sur un problem de Gauss*, Atti Congr. Intern. Bologne, 6, 1928, 83-89.

[3]К. И. Бабенко, С. П. Юрьев, *О об одной задаче Гаусса*, Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, 63, 1977.

пактен, и тем самым задача Гаусса свелась к проверке однократности второго собственного значения, что было сделано с использованием доказательных вычислений. Получение интегральной формы оператора G состояло из следующих шагов:

1) Переход к $F' =: f$;

2) Сужение на пространство аналитических функций;

3) Переход к преобразованиям Бореля $f \to f^{(B)}$ в $\hat{\mathbf{H}}(\mathbb{C})$.

В результате получается интегральная форма компактного оператора Гаусса-Бабенко с ядром Бесселя

$$G_B[f^{(B)}]\,(w) \,:=\, \int_0^\infty \frac{J_1(2\sqrt{wt})}{\sqrt{wt}}\; f^{(B)}(t)\;\left(\frac{te^{-t}}{1-e^{-t}}\right)\mathrm{d}t\,. \qquad (2)$$

Тем самым Бабенко доказал[4], что справедливо разложение по собственным функциям оператора Гаусса

$$F_n(x) \,\simeq\, \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^n\,\phi_k(x)\,,$$

где $\lambda_1 = 1$, первая собственная функция $\phi_1(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln 2}$ (Гаусс - Кузьмин), а второе собственное число $\lambda_2 = -0.30366300...$.

Константин Иванович, по-праву, был очень горд этим результатом, и хотя (с большой достоверностью) можно предположить, что мощный аналитический аппарат развитый им для этой задачи, мог позволить полностью доказать этот результат не прибегая к компьютерным вычислениям, тем не менее он считал очень важным, что старая известная задача была решена с использованием компьютерных доказательств и что это обстоятельство послужит пропаганде новых возможностей математики. В связи с этим, он написал письмо Кнуту, в котором информировал о решении задачи и просил перепроверить вычислительную часть доказательства. Ответ Кнута был немного обескураживающим. Кнут сообщал, что три года назад эта проблема Гаусса была ре-

[4]К. И. Бабенко, *О об одной задаче Гаусса*, ДАН СССР, 238(5) , 1978, 1021–1024

шена Е. Вирзингом[5], чье доказательство было полностью аналитическим и не содержало компьютерных вычислений.

Эта история с решением проблемы Гаусса очередной раз продемонстрировала, с одной стороны силу математического таланта Бабенко, который смело брался за самые трудные известные задачи и упорно шел к их решению[6], и с другой стороны драматизм его математической жизни, когда работа над большими задачами могла вызвать большие разочарования. Зачастую этот драматизм являлся следствием отрицания математических контактов, работы в одиночку, нежеланием обсуждать, делиться своей математической жизнью, что в свою очередь вытекало из желания Константина Ивановича достичь супер концентрации, сэкономить внутреннюю энергию для более глубокого проникновения в трудную задачу. Здесь нельзя обойти, пожалуй, самую драматичную историю его математической жизни, связанную с его атакой на знаменитую гипотезу Бибербаха об оценке коэффициентов степенного разложения однолистных функций класса S.

Класс S состоит из голоморфных, однолистных в единичном круге функций $f(z) := \sum_0^\infty c_n z^n$ таких, что $f(0) = 0$ и $f'(0) = 1$. Гипотеза Бибербаха утверждает, что модуль коэффициента ограничен его номером, т.е. $|c_n| \leq n$. Эта гипотеза стимулировала появление многих теорий и даже много сильных школ в комплексном анализе. Нелишне напомнить, что «главным» (в разных смыслах) специалистом в комплексном анализе в послевоенном Советском Союзе был М. В. Келдыш, что безусловно привлекало особое внимание математической общественности к этой области математики. К. И. Бабенко построил очень глубокую теорию *второй вариации однолистных функции класса S*, которая как он считал, должна доказать гипотезу Бибербаха. Он даже анонсировал этот результат на одном из Математических съездов, и сдал

[5] E. Wirsing, *On a theorem of Gauss-Kuzmin-Levy and a Frobenius-type theorem for function spaces*, Acta Arithmetica, 24, 1974, 507-528

[6] Будет неудивительно, если вдруг обнаружатся его записи по гипотезе Римана. В беседах он демонстрировал глубокое проникновение в эту проблему.

в печать статью с доказательством. Были назначены рецензенты, среди которых был И. Е. Базилевич - один из известнейших специалистов в этой тематике. Как потом рассказывал Базилевич своим ученикам, статья, представленная Бабенко была очень математически насыщена и тяжелая (что традиционно для текстов Бабенко). Проверять доказательство было очень трудно, а тут ещё через некоторое время стал звонить Келдыш и говорить: «Ну что вы там тяните с проверкой, наш советский математик решил знаменитую задачу, а вы не можете разобраться». Тем не менее, И. Е. Базилевич медленно шел вдоль доказательства, посылая К. И. Бабенко свои вопросы относительно того или иного места в доказательстве. Это продолжалось довольно-таки долго и в конце-концов Константин Иванович забрал из редакции свою статью. Теорию второй вариации класса S Бабенко опубликовал позднее, но утверждение о доказательстве гипотезы Бибербаха было им снято.

Прошло примерно двадцать лет. Л. Дебранж доказал гипотезу Бибербаха. Текст также был тяжелый и за проверку опять взялась советская школа однолистников. На сей раз из оригинальной работы удалось убрать все трудности и она свелась к комбинации глубокого известного факта из теории однолистных функций, так называемого неравенства Лебедева-Милина для логарифмов коэффициентов функций класса S и некоторых «трюковых» конструкций из спец. функций. А. И. Аптекарев – сотрудник отдела Бабенко, вызвался рассказать Константину Ивановичу у доски за 45 минут упрощенное доказательство Дебранжа. Бабенко внимательно выслушал доказательство и прокомментировал услышанное двумя замечаниями. Во-первых, он сказал, что смысла и пользы в неравенствах гипотезы Бибербаха при $n \geq 3$ особого нет, по сравнению с доказанным ранее неравенством Бибербаха при $n = 2$, которое является теоремой искажения – краеугольным камнем геометрической теории функции комплексного переменного. Поэтому, продолжал он, смысл доказательства гипотезы Бибербаха заключался не в проверке справедливости самого результата, а в создании новой теории, инструментов, позволяющих работать со сложной и богатой геометрией класса S. В чисто спортивном доказательстве Дебранжа этот важный момент отсутствует. Во-вторых, добавил он, содержательная часть нового подхода это работа не с классом S, а с его логарифмами. Геометрия этого множества значительно проще геометрии класса S. Надо ли добавлять, что Константин Иванович не искал простых путей. По-видимому, когда он в свое время понял удобство перехода к логарифмам, у него уже не было желания возвращаться к этой задаче.

В. М. Тихомиров

О теореме Л. А. Люстерника в теории экстремума

Свои основные открытия в области математического анализа И. Ньютон совершил в начале шестидесятых годов семнадцатого столетия, когда ему было около двадцати лет. В частности, он научился решать уравнения $f(x) = y$, где f — функция одного переменного. Свой метод он проиллюстрировал на примере решения уравнения $x^3 - 2x = 5$ (см. в книге И. Ньютон. Математические работы . М-Л, Изд-во технико-теоретической литературы, 1937, стр. 9). В качестве начального приближения Ньютон выбирает число 2, далее полагает $x = 2+p$ и подставляя в исходное уравнение приходит к новому: $p^3+6p^2+10p-1 = 0$, «у которого,— пишет Ньютон, следует определить корень p, чтобы прибавить его к первому результату. Отсюда (пренебрегая p^3+6p^2 по малости) имеем приблизительно $10p-1 = 0$ или $p = 0.1$. Поэтому я пишу в результате 0.1 и полагаю $0.1+q = p$; это выражение я подставляю как и раньше, и при этом получается $q^3+6.3q^2+11.23q+0.061 = 0$». Совершив ещё одну итерацию Ньютон получает такое приближение: $x \approx 2.09455147$. (На самом деле ответ такой: 2.094551481..., т. е. Ньютон вычислил корень с точностью до восьмого знака после запятой!)

В нашем фрагменте по сути дела изложен метод Ньютона решения уравнения $f(x) = y$, состоящий в том, что после выбора начального приближения x_0 далее применяется итеративная процедура: $x_{k+1} = x_k + (f'(x_k))^{-1}(y - f(x_k)),\ k = 0, 1, 2....$

Роль, которую суждено было сыграть методу Ньютона в истории математики, совершенно исключительная. Одно из важнейших приложений его — доказательство теоремы об обратной (и неявной) функции.

Сформулируем теорему об обратной функции в самом простейшем (опять-таки — одномерном) случае.

Теорема 1 (об обратной функции в одномерном случае). *Пусть f — функция одного переменного, определённая в окрестности нуля, равная нулю в нуле, непрерывно дифференцируемая в окрестности этой точки, причём $f'(0) \neq 0$. Тогда найдётся такое число $\delta > 0$, что для любого числа y такого, что $|y| < \delta$ существует единственное решение $x(y)$ уравнения $f(x) = y$.*

Суть доказательства этой теоремы состоит в применении *модифицированного* метода Ньютона:

$$x_0 = 0, x_{k+1} = x_k + (f'(0))^{-1}(y - f(x_k)),\ k \geq 0.$$

Этот результат естественно приписать самому Ньютону. Двумерные обобщения этой теоремы появились лишь в XIX веке, в конце века и в первом десятилетии XX столетия эта теорема получила многомерное развитие, а в 1934 году Лазарь Аронович Люстерник дал бесконечномерное обобщение этой теоремы. Оно было опубликовано в журнале «Математический сборник» (Л. А. Люстерник. Об условных экстремумах функционалов. Матем. сб. т.41, N 3, 1934, с.390 – 401.) Сначала мы сформулируем прямое обобщение теоремы 1, а затем, в качестве простого следствия из него, выведем сам результат Люстерника.

Теорема 2 (об обратной функции в бесконечномерном случае). *Пусть X и Y — банаховы пространства, U — окрестность нуля в X, $F : U \to Y$ — отображение из X в Y, $F(0) = 0$, непрерывно дифференцируемое в окрестности нуля, причём $F'(0)$ отображает X на всё Y. Тогда найдётся такое $\delta > 0$, что для любого $y \in Y$ такого, что $\|y\|_Y < \delta$ существует решение $x(y)$ уравнения $F(x) = y$ такое, что $\|x(y)\|_X \leq K\|y\|_Y$ (для некоторой константы $K > 0$).*

Понятие банахова пространства обобщает понятие конечномерного евклидова пространства. Ныне студенты университета знакомятся с этим понятием на первых курсах, оно (и начала теории банаховых пространств) стали теперь абсолютно общепринятыми. А в том далёком 1934 году теории банаховых пространств исполнилось всего лишь два года. Автором теории был замечательный польский математик Стефан Банах, который в 1932 году опубликовал свой знаменитый мемуар «Théorie des opérations linéaires» (Теория линейных операций), в которых заложил основы теории, ставшей одной из существенных составных частей функционального анализа. Знания по теории банаховых пространств в те годы в Москве черпались из двух книг. Одна принадлежала Плесснеру (и потому, вероятно, была доступна Люстернику), другая Колмогорову. Поразительно, что Лазарь Аронович так быстро сумел извлечь из новой теории столь фундаментальный результат.

Школьник, не владеющий понятием банахова пространства может считать, что X — это, например, трёхмерное, а Y — двумерное пространство с евклидовой нормой. При доказательстве используются только самые обычные свойства нормы (в основном, неравенство треугольника) и один важнейший принцип линейного анализа (т. е. теории банаховых пространств), а именно, теорема Банаха об обратном операторе, которую мы сформулируем в виде теоремы *о правом обратном*: *пусть X и Y — банаховы пространства и $\Lambda : X \to Y$ — линейный, непрерывный оператор, отображающий X на всё Y, тогда существуют оператор $R : Y \to X$ и константа $C > 0$ такие, что $\Lambda R y = y \ \forall y \in Y$ и $\|R(y)\| \leq C\|y\|$.* (Люстерник, естественно, использует этот факт, но ссылается почему-то не на Банаха, а на Хаусдорфа, не указывая даты его работы; историкам математики разумно разобраться, что это за работа и как она связана с теоремой Банаха.) А теперь приведём доказательство теоремы 2.

Доказательство. Доказательство теоремы основывается на том же модифицированном методе Ньютона:

$$x_0 = 0, \quad x_{k+1} = x_k + R(y - F(x_k)),\ k \geq 0,$$

где R — оператор, правый обратный к $F'(0)$. Остаётся доказать, что для малых y метод итераций сходится к решению $x(y)$ уравнения $F(x) = y$. При этом бесконечномерный случай нисколько не сложнее одномерного.

Обозначим $F'(0) = \Lambda$, тогда $\Lambda R y = y$ и $\|Ry\|_X \le K\|y\|_Y$ $\forall y \in Y$. Выберем число $\delta > 0$ столь малым, чтобы отображение F было непрерывно-дифференцируемым в δ-окрестности нуля и из $\|x'\| < \delta$ и $\|x\| < \delta$ вытекало бы неравенство

$$\|F(x') - F(x) - \Lambda(x' - x)\| \le \frac{1}{2K}\|x' - x\|.$$

Пусть $\|y\|_Y < \frac{\delta}{2K}$. Тогда $\|x_1\|_X = \|Ry\|_Y \le K\|y\|_Y < \delta/2 < \delta$. По индукции покажем, что $\|x_n\|_X < \delta$ для всех $n \in \mathbb{N}$. Пусть элементы $\{x_k\}_{k=1}^n$ обладают этим свойством и $1 \le k \le n$. Тогда в силу того, что $y - F(x_k) - \Lambda(x_{k+1} - x_k) = 0$ получаем:

$$\|x_{k+1} - x_k\|_X \le K\|y - F(x_k)\| = K\|y - F(x_k) - y + F(x_{k-1}) + \Lambda(x_k - x_{k-1})\|_Y \le$$

$$\frac{K}{2K}\|x_k - x_{k-1}\| = \frac{1}{2}\|x_k - x_{k-1}\| \le \frac{1}{4}\|x_{k-1} - x_{k-2}\| \le \dots \le \frac{1}{2^k}\|x_1\|_X.$$

Отсюда в силу неравенства треугольника будем иметь

$$\|x_n\|_X = \|x_n - x_{n-1} + x_{n-1} - \ldots + x_2 - x_1 + x_1\|_X \le (\frac{1}{2^{n-1}} + \ldots + 1)\|x_1\|_X < \delta.$$

Значит x_n определены для всех n и, как легко понять, эта последовательность является последовательностью Коши. Значит, $x_n \to x(y)$ при $n \to \infty$. Ввиду того, что $\|y - F(x_n)\|_Y \le \frac{\delta}{K2^{k+1}}$ получаем, что $F(x(y)) = y$ и $\|x(y)\|_X \le \|x_1\|_X \le 2K\|y\|_Y$. $\square$

Замечание. Если бы мы начали свой итеративный процесс не с нуля, а с достаточно малого x, мы пришли бы к элементу $\varphi(x, y)$ такому, что $F(x + \varphi(x, y)) = y$ и при этом $\|\varphi(x, y)\|_X \le C\|y - F(x)\|_Y$.

Теперь сформулируем и докажем теорему Люстерника о касательном пространстве. Пусть X — нормированное пространство и M — некоторое его подмножество. Элемент $x \in X$ называется касательным к M в точке $\widehat{x} \in M$, если существует отображение $r : [-1, 1] \to X$ такое, что $\widehat{x} + tx + r(t) \in M$ $\forall t \in [-1, 1]$ и $\|r(t)\| = o(t)$ при $t \to 0$. Множество касательных векторов к M в точке $\widehat{x}$ обозначается $T_{\widehat{x}}M$. Если это множество является подпространством X, то оно называется *касательным пространством* ко множеству M в точке $\widehat{x}$.

Теорема 3 (Люстерника о касательном пространстве). *Пусть X и Y — банаховы пространства, U — окрестность точки $\widehat{x} \in X$ и $F : U \to Y$ — отображение, непрерывно-дифференцируемое в U, причём $F'(\widehat{x})$ отображает X на всё Y. Тогда если $M = \{x \in X \mid F(x) = F(\widehat{x})\}$, то $T_{\widehat{x}}M = \mathrm{Ker}F'(\widehat{x})$.*

Доказательство. Не ограничив себя в общности, считаем, что $\widehat{x} = 0$ и $F(0) = 0$. Пусть $x \in T_0M$. Тогда $0 = F(0) = F(tx + r(t)) = tF'(\widehat{x})x + o(t)$, откуда сразу следует, что $F'(0)x = 0$, т. е. $T_0M \subset \mathrm{Ker}F'(0)$.

С другой стороны, если $x \in T_0M$, то, положив $r(t) = \varphi(tx, 0)$, получаем $F(tx + r(t)) = F(tx + \varphi(tx, 0)) = 0$ (а значит, $tx + r(t) \in M$), и при этом

$$\|r(t)\|_X = \|\varphi(tx, 0)\|_X \le K\|F(tx)\|_Y = K\|tF'(0)x + o(t)\|_Y = o(t),$$

т. е. $\mathrm{Ker}F'(0) \subset T_0M$. Теорема доказана. □

Происхождение этой теоремы, по-видимому, связано с работой Л. А. Люстерника совместно с М. А. Лаврентьевым над учебником по вариационному исчислению. Он был издан в следующем году (М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник. Основы вариационного исчисления. М-Л.: ОНТИ, 1935, т. 1,2.) Лазарь Аронович явно указывает в статье, что одной из целей статьи являлось, включение вариационного исчисления в общую схему теории экстремума в функциональном анализе. Но почему-то в самом учебнике теория условий экстремума была построена традиционным путём, без применения методов функционального анализа.

Когда спустя сорок пять лет мы с Владимиром Михайловичем Алексеевым написали наш учебник по оптимальному управлению (В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. Оптимальное управление. М. Наука, 1979), мы подарили его Лазарю Ароновичу. Спустя некоторое время (когда В. М. Алексеева уже не было в живых) Лазарь Аронович вдруг позвонил мне. Он поблагодарил за подаренную книгу и сказал с некоторым смущением, что не подозревал о том, что его теорема может лечь в основание общей теории экстремума.

Скорее всего, Лазарь Аронович лукавил немного, конечно, он нечто подобное «подозревал», но что-то, наверное, отвлекло его тогда от осуществления широкой программы модернизации теории экстремальных задач, а потом он позабыл о своих замыслах.

А теорема Люстерника ныне — одна из самых цитируемых его теорем.

А. В. Дмитрук, Н. П. Осмоловский

О научном творчестве А. А. Милютина

Успешно окончив в 1948 году механико-математический факультет МГУ, Алексей Алексеевич Милютин поступил в аспирантуру мехмата (к профессору В. В. Немыцкому), и сам себе выбрал тему кандидатской диссертации. Тема возникла из обсуждавшегося в университетских коридорах вопроса о линейном изоморфизме пространств непрерывных функций на отрезке и на квадрате, положительный ответ на который был дан А. А. Милютиным в 1951 году. Автор не подозревал, что им решена одна из проблем Банаха. Диссертация была защищена в том же году, оппонентами были И. М. Гельфанд и Л. А. Люстерник. Удивительно, но и они не осознали, что диссертантом решена знаменитая проблема. Таким образом, результат остался неопубликованным и еще 15 лет неизвестным многим другим математикам, пытавшимся ответить на тот же вопрос. Вопрос вновь возник на Международном математическом конгрессе в Москве в 1966 г. (во время доклада А. Пелчинского). К счастью, рукопись диссертации сохранилась, и результат был представлен на конгрессе, а позднее, благодаря инициативе и стараниям харьковских и польских математиков, полностью опубликован (в сб. «Теория функций, функ. анализ, и их приложения», Харьков, 1966, N 2). Он занимает весьма почетное место в общей теории банаховых пространств.

В 1954 году вместе с другими молодыми выпускниками мехмата МГУ А. А. Милютин был привлечен к работе в вычислительной группе Института физических проблем, созданной при академике Л. Д. Ландау для расчетов, связанных с ядерной тематикой. Последующие годы, уже будучи сотрудником Института химической физики, А. А. продолжал много и успешно заниматься численным решением различных прикладных задач (распространение сильных взрывов в различных средах, расчет уравнения состояния реальных газов при высоких температурах, задачи кинетики химических реакций, процессов горения и взрывов, расчет химических реакторов, газовая динамика с сильными ударными волнами, сильный взрыв в неоднородной атмосфере, распространение электромагнитного излучения в воздухе, расчет вольт-амперных характеристик в электрических цепях, содержащих растворы химических веществ и др.). Его коллегами в разные годы были Я. М. Каждан, А. М. Коган, Л. А. Чудов, А. Я. Повзнер и др. Следует отметить, что А. А. всегда подчеркивал важность не только математических, но и физических (химических) соображений для осуществления качественного расчета. Уже при постановке задачи, когда, например, кроме, уравнений в частных производных надо сформулировать дополнительные условия типа начальных, краевых условий или асимптотики на бесконечности, он руководствовался оценкой справедливости возможной теоремы существования и единственности решений с дополнительными условиями, предлагаемыми физиками на основе знакомства со свойствами изучаемого процесса, в том числе, экспериментально подтвержденными, а также и сам пытался вникнуть в их «кухню» путем взаимного анализа ситуации, возможной модификации утверждений и приходил в конце концов к правильной постановке, выделяющей искомое физиками решение (и в ряде случаев выделялся практически однозначно самый надежный алгоритм).

Другим примером может послужить подход к выработке метода решения, который сам А. А. Милютин называл тривиализацией исходных уравнений. Выбиралась не просто упрощенная модель последних, а максимально возможное упрощение, которое еще содержало общее свойство с исходными уравнениями, желательно наиболее существенное свойство, а затем и алгоритм, построенный для тривиализации и обобщения на исходное задание. А. А. обладал большим искусством такой «тривиализации», при которой «не выплескивается ребенок». Подход производил сильное впечатление и подчас был весьма эффективен.

Тем не менее, основные математические интересы А. А. попрежнему лежали в теоретической области. Даже в течение того многолетнего периода, когда по долгу службы ему приходилось заниматься численным счетом, он дома по вечерам поддерживал свой математический уровень тем, что решал задачи из книги Полиа и Сегё. И, как показало дальнейшее, это постоянное состояние «боевой готовности» не оказалось напрасным.

Одним из наиболее ярких результатов конца 50-х годов, привлекших всеобщее внимание и давших жизнь новому направлению в математике и ее приложениях, был знаменитый принцип максимума Л. С. Понтрягина. Его доказательство, полученное Л. С. Понтрягиным совместно с его сотрудниками В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко, по стилю исполнения весьма отличалось от доказательств необходимых условий экстремума, известных в анализе и вариационном исчислении. В какой-то степени это казалось естественным ввиду новизны и значительно более высокой степени сложности задач, возникших в оптимальном управлении по сравнению с задачами вариационного исчисления. И тем не менее, оставался открытым вопрос о связи и преемственности вариационного исчисления и оптимального управления. Этот вопрос стимулировал появление новых подходов к получению необходимых условий первого порядка в оптимальном управлении как у нас в стране, так и за рубежом. На определенное время оптимальное управление превратилось в настоящий Клондайк, где каждый стремился найти свой золотой слиток.

Принцип максимума Понтрягина определил судьбу многих математиков, в том числе А. А. Милютина и его коллеги по ИХФ и товарища А. Я. Дубовицкого. Продумывание вопросов, связанных с его доказательством, привело их к новому осмыслению всей проблематики теории экстремальных задач. Эта концепция была изложена ими в статье «Задачи на экстремум при наличии ограничений» (написанной по инициативе Н. Н. Моисеева и опубликованой в «Журнале вычислительной математики и математической физики», 1965, № 3), ставшей программной как для самих авторов, так и для ряда последователей, ввиду необычайной ясности, простоты и эффективности заложенных в ней идей (т.н. схема Дубовицкого–Милютина). В свое время появление этой статьи было большой сенсацией. Эти идеи сразу завоевали популярность, и в частности, позволили распространить принцип максимума на новые классы задач, в том числе на задачи с фазовыми ограничениями.

Всякое необходимое условие первого порядка локального минимума в задаче с ограничениями трактовалось в статье как условие непересечения аппроксимаций этих ограничений с аппроксимацией множества убывания минимизируемого функционала, причем множество убывания и все ограничения типа неравенства оказывались равноправны и исследовались каждое в отдельности. Аппроксимации первого порядка для неравенств (при естественных предположениях) представляют собой открытые выпуклые конусы, а аппроксимация ограничения типа равенства – просто выпуклый конус (как правило, подпространство, согласно теореме Люстерника о касательном многообразии). Условие непересечения конусов, названное авторами «уравнением Эйлера», и представляет собой необходимое условие первого порядка. Будучи выписано, это условие требует расшифровки на языке той области математики, в которой рассматривается задача. Например, в гладкой задаче с ограничениями равенства и неравенства условие непересечения конусов сразу же приводит к правилу множителей Лагранжа. В вариационном исчислении оно приводит к условию, которое принято называть уравнением Эйлера–Лагранжа, или, по терминологии самих авторов, «локальным принципом максимума».

Еще одна замечательная и несколько неожиданная идея, содержавшаяся в статье – это идея варьирования с помощью замены независимой переменной (времени), или $v-$замены, где v – производная от функции, осуществляющей замену. Каждая монотонная замена времени (то есть замена с неотрицательной функцией v) порождает так называемую «присоединенную задачу» и новую оптимальную траекторию в ней. Нетривиальный момент здесь состоит в том, что малые вариации функции v в присоединенной задаче приводят к т.н. игольчатым вариациям управления в исходной задаче, с помощью которых принцип максимума и был первоначально получен.

Локальный принцип максимума, выписанный в каждой присоединенной задаче, переписывается в виде «частичного принципа максимума» в исходной задаче. В результате некоего упорядочивания («организации») частичных принципов максимума в исходной задаче (а оно было возможно во всех исследовавшихся тогда случаях, а также во многих других) и возникает принцип максимума.

Теперь у принципа максимума появилась важная трактовка: он оказался эквивалентен условию стационарности в каждой присоединенной задаче (имеется в виду стационарность траектории, возникшей из исходной траектории с помощью v-замены). Эта трактовка в дальнейшем служила надежным ориентиром при распространении принципа максимума на более широкие классы задач.

Первыми были охвачены задачи с фазовыми ограничениями. Принципу максимума для таких задач была посвящена докторская диссертация А. А., с блеском защищенная в 1966 г. в Институте прикладной математики АН СССР. Помимо основных результатов в диссертации содержался пример экстремали, у которой при «посадке» на фазовую границу наблюдается счетное число контактов с границей. Позднее подобный пример был независимо найден Х. Роббинсом.

В конце 60-х и в 70-е годы в серии работ А. Я. Дубовицкий и А. А. Милютин совместно строят теорию принципа максимума для задач с регулярными и нерегулярными смешанными ограничениями. Их замечательным достижением явился «локальный принцип максимума» для нерегулярных смешанных ограничений, опубликованный в книге «Необходимые условия экстремума в общей задаче оптимального управления» (М., Наука, 1971). В книге проведен очень тонкий анализ уравнения Эйлера для задач со смешанными ограничениями, где всерьез пришлось иметь дело с функционалами из пространства, сопряженного к L_∞, в частности с их сингулярными составляющими. В результате ответ был дан в терминах суммируемых функций и мер Радона, и по характеру был близок к ответу, полученному ранее для задач с фазовыми ограничениями.

Дальнейшие усилия авторов были направлены на получение интегрального (глобального) принципа максимума для задач с нерегулярными смешанными ограничениями. Однако оказалось, что в отличие от регулярных задач, в общем случае нельзя рассчитывать на получение единого принципа максимума, а имеется целая иерархия принципов максимума, не обладающих «максимальным элементом». Поэтому авторы сосредоточились на поисках возможно лучшей формы представления и организации этой иерархии. Этой теме была посвящена докторская диссертация А. Я. Дубовицкого. Впоследствии А. А. Милютину удалось найти новую форму представления условий принципа максимума, отражающую множественность и иерархию принципов максимума в общей задаче, а также новые пути их получения. Изложение этого материала составило содержание монографии А. А. Милютина «Принцип максимума в общей задаче оптимального управления» (М., Физматлит, 2001).

Первый опыт преподавания на мехмате у А. А. произошел еще в 1951 году - он вел на 1 курсе упражнения по матанализу. Его студенты того года до сих пор сохранили воспоминания о своем увлеченном наставнике, засиживавшимся с ними порой до поздней ночи и возвращающимся домой пешком по замерзшей Москве.

С 1966 до середины 70-х годов А. А. опять преподает на мехмате, на этот раз на созданной в 1966 году кафедре ОПУ — читает лекции и проводит семинары для студентов. Здесь, на семинаре, проводившемся совместно с Е. С. Левитиным, А. А. начинает интенсивные исследования по теории условий высших порядков. Он ставит вопрос о получении в оптимальном управлении необходимых условий второго порядка, связанных с достаточными столь же тесно, как это имеет место в задачах анализа и вариационного исчисления. Эти исследования привели к созданию общей теории условий высших порядков в задачах с ограничениями, центральным в которой явилось новое понятие порядка условия. Порядок теперь трактовался как неотрицательный функционал в пространстве вариаций, служащий оценкой для приращения функционала задачи в точке минимума на допустимых вариациях и определяющий степень грубости рассматриваемого условия. Эта теория была опубликована в статье Е. С. Левитина, А. А. Милютина и Н. П. Осмоловского в «Успехах математических наук» (1978, т. 33, N 6). Абстрактная теория дала совершенно новые подходы к получению условий высших порядков в оптимальном управлении, и позволила построить полную теорию квадратичных условий как в случае неособых (Н. П. Осмоловский), так и в случае особых (А. В. Дмитрук) оптимальных режимов.

В эти же годы А. А. нашел удачное обобщение классической теоремы Л. А. Люстерника о касательном подпространстве на произвольные метрические пространства, определив ее как «теорему о накрывании». Впоследствии были найдены и другие трактовки. Обзор полученных результатов был опубликован А. В. Дмитруком, А. А. Милютиным и Н. П. Осмоловским в УМН (1980, том 35, вып. 6). Но теорема о накрывании оказалась наиболее простой и ясной по формулировке и в то же время рабочей. В связи с этим она получила широкую известность среди специалистов по теории экстремума.

Примерно с середины 80-х А. А. Милютина все больше занимают проблемы, связанные уже не с получением новых условий экстремума, а с тем, как сделать эти условия рабочим аппаратом для исследования задач оптимального управления. Так появляются теоремы об отсутствии скачков и сингулярных составляющих у мер – множителей Лагранжа при фазовых ограничениях в условиях принципа максимума, вошедшие в монографию «Необходимое условие в оптимальном управлении», М., Наука, 1990. А. А. и сам активно изучает новые явления в оптимальном управлении и других областях математики с помощью аппарата принципа максимума и условий высших порядков, и всячески пропагандирует применение этого аппарата.

Например, с помощью принципа максимума исследуются особенности экстремалей при посадке на границу фазового ограничения и сходе с нее. Полученные результаты изложены в монографии В. В. Дикусара и А. А. Милютина «Качественные и численные методы в принципе максимума» (М., Наука, 1989). Позднее А. А. Милютин получает весьма общие условия, при которых посадка сопровождается счетным числом контактов с фазовым ограничением, Они составили основу его последней, почти завершенной книги.

Совместно с С. В. Чукановым А. А. Милютин исследует с помощью принципа максимума особенности экстремалей при переходе с неособого на особый режим, и условия возникновения эффекта типа т.н. четтеринга, трактуемого как разрыв второго рода в управлении. Их результаты опубликованы в Russian J. of Math. Physics, 1994, v. 2, no. 1, а также в монографии А. А. Милютина, А. Е. Илютовича, Н. П. Осмоловского и С. В. Чуканова «Оптимальное управление в линейных системах» (М., Наука, 1993).

С помощью квадратичных условий, полученных ранее им самим и А. В. Дмитруком, А. А. исследует понятие жесткости траекторий управляемых систем и исследует особые геодезические относительно субримановых метрик (Труды ММО, 1999, т. 60, и 2002, т. 63).

Проблемы, возникающие в квадратичной теории особых экстремалей, явились стимулом для исследования вопроса о приближении произвольного векторного поля в конечномерном пространстве градиентными полями. А. А. находит формулу двойственности, которая связывает между собой нормированную циркуляцию векторного поля с расстоянием (в равномерной метрике) от этого поля до множества градиентных векторных полей (Russian J. of Math. Phys., 1995, v. 3, no 1).

Исследования по теории экстремума привели А. А. Милютина и его коллег к новым идеям и глубоким нетривиальным результатам в таких областях, как математическая теория вибраций (Russian J. of Math. Physics, 1997, v. 5, no 2, совместно с В. Л. Бодневой), обобщение асимптотического метода Крылова-

Боголюбова (УМН, 1987, т. 42, № 3, совместно с В. Л. Бодневой), двойственность в задаче Монжа–Канторовича о перемещении масс (УМН, 1979, т. 34, вып. 3, совместно с В. Л. Левиным), принцип максимума для дифференциальных включений (Итоги науки и техники. Серия «Современная математика и ее приложения», 1999, т. 65), дифференциальные уравнения с разрывной правой частью (сб. «Оптимизация управляемых динамических систем», ВНИИСИ, 1990. Вып. 1), интегральные квадратичные формы на бесконечном интервале времени (Мат. сборник, 2002, т. 193, № 4).

А. А. Милютину удалось переосмыслить идеи вариационного исчисления и распространить их на новый тип минимума - так называемый понтрягинский минимум, характерный для оптимального управления. Построенная теория изложена в монографии А. А. Милютина и Н. П. Осмоловского «Вариационное исчисление и оптимальное управление» (Американское мат. общество, 1998).

Обладая ярким талантом исследователя, А. А. Милютин всю свою жизнь посвятил беззаветному служению науке. Жажда познания нового, а также незаурядные воля, знания и «искра божья» позволяли ему постоянно двигаться вперед, без устали осваивая новые и новые территории в той области математики, которая стала делом его жизни: оптимальном управлении. Напряженная работа не прекращалась вплоть до самой последней его минуты: сердечный приступ случился во время выступления Алексея Алексеевича на семинаре по оптимальному управлению, постоянным руководителем которого он являлся более 30 лет.

Алексей Алексеевич был безусловным лидером в области оптимального управления, оказавшим стимулирующее влияние на многих, в том числе и на нас, его учеников. Он также был незаурядной личностью, прожившей жизнь удивительно честно и бескомпромиссно.

О. Г. Смолянов

О научном творчестве С. В. Фомина

Да, были люди в на-
ше время...

М

монтов

«О милых спутниках, которые наш свет своим присутствием животворили, не говори с тоской — их нет, но с благодарностию — были...» Это стихотворение прекрасного русского поэта Василия Андреевича Жуковского вспоминается, когда думаешь о Сергее Васильевиче Фомине. Он был один из тех, к кому полностью применимы очень редко используемые в наше время слова — благородный человек...

Выдающаяся роль Сергея Васильевича Фомина в математике второй половины прошлого века связана с несколькими обстоятельствами. Прежде всего, Сергей Васильевич является одним из основоположников бесконечномерного анализа. Именно ему принадлежит фундаментальное наблюдение, состоящее в том, что при построения анализа на бесконечномерных пространствах надо параллельно рассматривать два класса объектов — дифференцируемые функции и дифференцируемые меры.

Бесконечномерный анализ, возникший на стыке математической физики, линейного и нелинейного функционального анализа и стохастического анализа, фактически является современной версией функционального анализа. К бесконечномерному анализу относятся, в частности, теория бесконечномерных дифференциальных и псевдодифференциальных операторов и функциональных интегралов (в том числе интегралов Фейнмана по траекториям), представления бесконечномерных групп, теория бесконечномерных многообразий и ряд задач стохастического анализа. К бесконечномерному анализу относятся также многие математические проблемы, возникающие в квантовой теории (в частности, в теории калибровочных полей, в квантовой гравитации, в том числе в теории струн и в ее обобщении — М-теории[7]),

[7]Есть несколько версий происхождения последнего названия. Согласно одной из них, буква М здесь — это первая буква слова матрица, согласно

гидродинамике, магнитной гидродинамике, равновесной и неравновесной статистической механике и в других областях физики бесконечномерных систем.

Важными направлениями его применений являются p-адический анализ, а также области науки, связанные с развитием нанотехнологий, в том числе квантовая информатика и квантовая теория оптимального управления.

В настоящее время бесконечномерный анализ переживает период интенсивного развития, и можно прогнозировать, что в обозримом будущем он будет одним из основных методов исследования как фундаментальных, так и прикладных задач математической физики.

При этом центральным разделом бесконечномерного анализа является теория дифференцируемых мер, начальные понятия которой и были введены С. В. Фоминым в 1966-1968 годах. Эта теория полностью поглощает (возникшие позже) так называемые исчисление Маллявена[8] и White noise analysis (приведенный далее буквальный перевод на русский язык этого термина выглядит довольно странно) Хиды[9]; именно появление этой теории и означало возникновение бесконечномерного анализа как отдельного направления в математике.

Необходимость построения теории дифференцируемых мер вызвана отсутствием на бесконечномерных пространствах аналога меры Лебега[10]. Из-за этого меры на бесконечномерных пространствах нельзя заменять их плотностями относительно естественным образом выделенной меры и кроме того, никакие два про-

---

другой — первая буква слова мембрана, согласно еще одной — первая буква слова магический (во всех этих случаях речь идет о соответствующих английских словах, которые близки к русским). Конечно, это напоминает обсуждения этимологии слова Лапута в «Путешествиях Гулливера» Джонатана Свифта.

[8]Сам этот термин был предложен Струком (Strook)

[9]Об этих направлениях бесконечномерного анализа будет — совсем коротко — сказано ниже, в частности, в подстрочном примечании 5.

[10]Как это следует из известной теоремы Андре Вейля, всякая счетно аддитивная σ-конечная локально конечная борелевская мера на локально выпуклом пространстве (ЛВП), инвариантная относительно сдвигов, тождественно равна нулю (от локальной конечности здесь отказаться нельзя).

странства гладких числовых функций, определенных на одном и том же бесконечномерном локально выпуклом пространстве и различающие точки, нельзя привести в естественную двойственность (для которой был бы справедлив аналог формулы интегрирования по частям), так что в качестве двойственных пространств следует рассматривать, как это впервые и предложил С. В. Фомин, пространства функций и мер. Наконец, если все же использовать вместо меры Лебега какую-либо фиксированную меру, например, гауссовскую[11], то при построении анализа снова окажется необходимым, чтобы эту выделенную меру можно было дифференцировать.

Цилиндрическая мера ν на локально выпуклом пространстве E называется дифференцируемой вдоль вектора (направления) $h \in E$, если существует функция $\beta^\nu(h, \cdot)$ на E, называемая логарифмической производной меры ν вдоль h, для которой равенство $\int_E f(x)\beta^\nu(h,x)\nu(dx) = -\int_E f'(x)h\nu(dx)$ справедливо для всякой цилиндрической функции, один раз дифференцируемой вдоль h и ограниченной вместе с ее производной $f'(\cdot)h$ вдоль h. Это определение дифференцируемости вдоль вектора отличается от впервые предложенного С. В. Фоминым, но для счетно аддитивных мер ему эквивалентно (см.[5]). Аналогично определяются дифференцируемость и логарифмическая производная $\beta^\nu_k(\cdot)$ меры ν вдоль векторного поля $k : E \to E$; при этом $\beta^\nu_k(x) = \beta^\nu(k(x), x) + trk'(x)$ (см. [5]). Отметим, что если векторное поле k

[11]Именно так и делается в исчислении Маллявэна и в «белошумном анализе» Хиды. Фактически исчисление Маллявэна можно определить как теорию (аналогов) пространств Соболева, состоящих из функций на бесконечномерном пространстве с фиксированной гауссовской мерой, а анализ Хиды — как теорию некоторых пространств обобщенных функций на — опять-таки бесконечномерном — пространстве с фиксированной гауссовской мерой, играющем при этом роль вероятностного пространства. В анализе Хиды обобщенной случайной функцией называется обычная функция вещественного аргумента, принимающая значения в пространстве обобщенных элементов(=функций) на пространстве с гауссовской мерой, тогда как в стандартной теории обобщенных случайных функций Ито-Гельфанда обобщенная случайная функция — это обобщенная функция, зависящая от элемента какого-то вероятностного пространства, которое отнюдь не обязано быть линейным пространством с гауссовой мерой

гамильтоново, то второе слагаемое в выражении для производной вдоль k отсутствует, причем это утверждение является бесконечномерным аналогом теоремы Лиувилля о сохранении фазового объема [12].

Первое подробное изложение основ теории дифференцируемых мер появилось в [3] и [4], где среди прочего было впервые введено понятие логарифмической производной меры вдоль направления — важнейшее понятие всей теории (ставшее затем настолько обиходным, что сейчас мало кто знает, где оно впервые появилось). Отметим, что логарифмическая производная меры Винера вдоль векторного поля совпадает со стохастическим интегралом от функции, определяемой по нему (см., например, [10]). Кроме того, логарифмическая производная меры ν вдоль векторного поля k совпадает с $-D^*k$, где D — отображение $L_2(\nu)$ в пространство $L_2(\nu, E_0)$ квадратично ν-интегрируемых функций, принимающих значения в (предполагаемом гильбертовым) пространстве E_0 дифференцируемости меры ν, переводящее (достаточно хорошие) функции в их градиенты.

Дальнейшее развитие теории дифференцируемых мер обсуждается в [8], [7], [10], [5], [6]. В частности, в [10] определяется обобщенная плотность меры как функция, логарифмическая производная которой по некоторому плотному множеству направлений совпадает с логарифмической производной меры; в бесконечномерном случае обобщенная плотность частично заменяет не существующую в этом случае обычную. Хотя на области определения обобщенной плотности меры эта мера в бесконечномерном случае обращается в нуль, а сама обобщенная плотность даже в конечномерной ситуации не определяется однозначно (в этом случае обычная плотность совпадает лишь с одной из обобщенных), при некоторых дополнительных предположениях мера может быть восстановлена по своей обобщенной плотности. Понятия логарифмической производной и обобщенной плотности можно распространить также на псевдомеры типа псевдомеры Фейнмана, что оказывается полезным при изучении квантования по Фейнману (см.ниже). Формальные вычисления с обобщенными плотностями аналогичны вычислениям с обычными плотностями и весьма эффективны при исследовании преобразований мер и псевдомер на бесконечномерных пространствах, хотя обоснования законности таких вычислений в интересных случаях пока не получены.

Отметим, что на бесконечномерном пространстве не бывает ненулевых мер, дифференцируемых вдоль всех векторов; однако для приложений достаточно того, что на основных пространствах функционального анализа существуют меры, дифференцируемые вдоль каждого вектора из некоторого плотного векторного подпространства. Подчеркнем еще раз, что именно систематическое использование, наряду с дифференцируемыми функциями, также дифференцируемых мер является характерной чертой анализа на бесконечномерных пространствах.

Стоит привести несколько примеров проблем, возникающих в математической физике, в теории классических уравнений с частными производными и в стохастическом анализе, при исследовании которых концепции бесконечномерного анализа или развитая в его рамках техника оказываются эффективными.

Если систему (нелинейных) уравнений Навье-Стокса интерпретировать как обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функций вещественного аргумента, принимающих значения в бесконечномерном пространстве E полей скорости жидкости, то сопряженное к (линейному) уравнению для его первых интегралов представляет собой бесконечномерное дифференциальное уравнение первого порядка относительно (зависящих от времени) мер на бесконечномерном пространстве E; уравнение, которому удовлетворяют преобразования Фурье этих мер — это знаменитое уравнение Хопфа. По-видимому, только что сказанное представляет собой наиболее простой способ вывода этого уравнения.

Если вместо классической системы Навье-Стокса рассматривать ее стохастический аналог, интерпретируемый как бесконечномерное стохастическое дифференциальное уравнение, то аналогом уравнения для первых интегралов будет обратное уравнение Колмогорова (являющееся бесконечномерным уравнением типа теплопроводности), а аналогом его сопряженного — прямое уравнение Колмогорова, представляющее собой бесконечномерное уравнение теплопроводности относительно мер. Преобразование Фурье переводит это уравнение в стохастический аналог уравнения Хопфа.

Конечно, и в общем случае прямые уравнения Колмогорова для бесконечномерных стохастических дифференциальных уравнений являются уравнениями относительно вероятностных мер на бесконечномерных пространствах.

Теорию дифференцируемых мер можно также использовать для доказательства гладкости решений уравнений с частными производными. Как раз таким образом Маллявэн передоказал известную теорему Хермандера о гипоэллиптических дифференциальных операторах (так называются некоторые дифференциальные операторы, порождающие уравнения с частными производными, все решения которых бесконечно дифференцируемы). Предложенный им метод оказался эффективным средством доказательства гладкости плотностей мер на конечномерных пространствах, являющихся образами гладких мер на бесконечномерных пространствах при нелинейных отображениях этих пространств в конечномерные. Именно этот метод, представляющий собой фактически несколько теорем из теории дифференцируемых мер, первоначально и назывался (по предложению Струка) исчислением Маллявэна.

Дифференцируемые меры на бесконечномерных линейных пространствах возникают в ряде математических моделей, связанных с квантовой механикой и со статистической механикой ([12]). В частности, в рамках равновесной статистической механики считается, что фазовый переход происходит при тех значениях параметров термодинамической системы, при которых существует несколько гиббсовских мер (на бесконечномерном фазовом пространстве), обладающих одинаковыми множествами конечномерных условных распределений (каждое такое множество называется гиббсовской спецификацией). Но при естественных ограничениях задание множества конечномерных условных распределений меры равносильно заданию ее логарифмической производной, так что можно сказать, что проблема фазовых переходов сводится к проблеме однозначности восстановления меры по ее логарифмической производной.

Далее, уравнение Лиувилля для эволюции меры на бесконечномерном фазовом пространстве можно использовать как для вывода системы уравнений Боголюбова (называемой обычно цепочкой Борна-Боголюбова-Грина-Кирквуда-Ивона) относительно плотностей частиц без использования перехода к термодинамическому пределу, так и для вывода ранее не встречавшейся в литературе аналогичной системы уравнений для конечномерных вероятностных распределений (см. [11])

Меры на гильбертовом пространстве квантовой системы можно использовать для представления смешанных состояний этой системы (см. [12] и имеющиеся там ссылки). Фактически именно это было сделано фон Нейманом, который определял смешанные состояния как рандомизированные чистые, а тем самым оператор плотности — как корреляционный оператор некоторой вероятностной меры на гильбертовом пространстве. Независимо и практически одновременно Ландау определил смешанное состояние (это определение вместе с соответствующей ссылкой приведено в книге Ландау и Лифшица по квантовой механике) как редукцию чистого состояния некоторой большей системы, а оператор плотности — как частичный след оператора $h \otimes h$, где h — нормированный элемент гильбертова пространства этой большей системы, задающий ее чистое состояние. В первоначальном определении Ландау никакие меры на гильбертовом пространстве, связанные со смешанным состоянием, не упоминаются и, более того, в книге «Статистическая физика» Ландау и Лифшица даже фактически утверждается, что рассмотрение смешанных состояний как рандомизированных чистых противоречит основным принципам квантовой механики (впрочем, несколькими страницами позже в той же книге именно это и делается, хотя и с оговоркой, что только для наглядности). Хотя приведенные определения смешанного состояния квантовой системы и ее оператора плотности принципиально различны, они равносильны в том смысле, что приводят к идентичным предсказаниям результатов экспериментов над этой квантовой системой (в определении фон

Неймана другие квантовые системы вообще не рассматриваются). Отметим еще, что вероятностная мера на гильбертовом пространстве, представляющая смешанное состояние, определяется отнюдь не единственным образом; однако среди таких мер всегда можно выбрать ровно одну гауссовскую с нулевым математическим ожиданием. Эволюция мер на гильбертовом пространстве, представляющей смешанное состояние, определяется бесконечномерным линейным уравнением Лиувилля.

Особенно естественно вероятностные меры на гильбертовом пространстве состояний возникают при решении стохастических уравнений Шредингера, описывающих непрерывные измерения (эти уравнения можно рассматривать также как марковскую аппроксимацию эволюции открытой квантовой системы, т.е. квантовой системы, взаимодействующей с другой квантовой системой). Соответствующие мерозначные функции вещественного аргумента удовлетворяют уже не бесконечномерным уравнениям Лиувилля, а — снова бесконечномерным — уравнениям типа теплопроводности, правда, с вырожденным лапласианом.

Наконец, наиболее наглядный и широко используемый в квантовой теории поля способ задания псевдомер Фейнмана — это задание их с помощью обобщенных плотностей, представляющей собой экспоненты от частей лагранжианов. Аналогично — т.е. с помощью обобщенных плотностей — в так называемой евклидовой квантовой теории поля задаются обычные веры, являющиеся аналогами псевдомер Фейнмана.

Роль Сергея Васильевича Фомина как пионера бесконечномерного анализа не ограничивается тем, что им было высказано и развито несколько ярких идей. Важную роль сыграла и его научно-организационная деятельность. Именно Сергей Васильевич организовал (в 1967 году) на механико-математическом факультете — по-видимому, первый в мире — семинар по бесконечномерному анализу, который работает до сих пор под названием «Бесконечномерный анализ и математическая физика»[12]. Более

[12]Он сразу же пригласил меня — в то время только что начавшего работать на факультете ассистента — быть соруководителем этого семинара. С середины 1975 года мне пришлось руководить этим семинаром без Сергея Ва-

пятидесяти участников этого семинара и их учеников защитили кандидатские диссертации; более десяти стали докторами наук.

В течение многих лет С. В. Фомин был заместителем главного редактора журнала «Успехи математических наук» (главным редактором был П. С. Александров). Представляется, что в этот период, нередко называемый золотым веком советской (и российской) математики, именно С. В. Фомин фактически руководил этим журналом. И это принесло большую пользу бесконечномерному анализу (да и всей математике).

Наконец, целиком бесконечномерному анализу посвящена книга Ю. Л. Далецкого и С. В. Фомина [9][13], вышедшая в 1983 году и до сих пор используемая в качестве учебника.[14]

Вклад Сергея Васильевича в науку не ограничивается бесконечномерным анализом. Одновременно с семинаром по бесконечномерному анализу Сергей Васильевич был соруководителем семинара, на котором изучались так называемые шагающие автоматы. В 1975 году Сергей Васильевич участвовал в работе международного биофизического конгресса, где был избран вице-президентом международного союза биофизиков.

И именно Сергей Васильевич Фомин был основателем кафедры оптимального управления на механико-математическом факультете.

Помимо только что названной, С. В. Фомин является соав-

сильевича. В 1978 году я пригласил в качестве соруководителя моего ученика Евгения Тенгизовича Шавгулидзе. Позже еще один мой ученик, Владимир Игоревич Богачев, организовал семинар по приложениям бесконечномерного анализа к стохастическому анализу. Таким образом, в настоящее время на механико-математическом факультете работают два семинара, в названии которых присутствуют слова «бесконечномерный анализ».

[13]В начале 1975 года Сергей Васильевич предложил мне стать ее соавтором, и я, разумеется, согласился, и статья[1] была начата как глава этой книги. Однако потом, когда Сергея Васильевича с нами не было, Юрий Львович Далецкий сказал, что договор с издательством, в котором речь шла только о двух авторах, С. В. Фомине и Ю. Л. Далецком, изменить без Сергея Васильевича будет трудно; тем не менее в книгу почти полностью вошли как эта статья, так и статьи [3] и [4].

[14]В 1991 году был опубликован ее расширенный перевод на английский язык, содержащий новую интересную главу о преобразованиях гладких мер, написанную Викторией Стябловской.

тором еще четырех книг, посвященных совершенно различным разделам математики — [13], [3], [15], [16]. Последняя из них — [16], представляющая собой учебник, примерно соответствующий программе впервые введенного на механико-математическом факультете по инициативе А. Н. Колмогорова (под названием «Анализ-3») объединенного курса функционального анализа и теории меры, до сих пор остается математическим бестселлером и лучшей книгой для первого знакомства с этой областью.

Наконец, Сергей Васильевич был редактором переводов на русский язык нескольких отличных книг, в том числе известной книги Халмоша «Теория меры».

Я считаю, что в аспирантуре у меня было два научных руководителя — Георгий Евгеньевич Шилов, фамилия которого указана в автореферате моей кандидатской диссертации, и Сергей Васильевич Фомин, который в то время, когда я был аспирантом, руководил вместе с Георгием Евгеньевичем семинаром на механико-математическом факультете. Когда совсем недавно кто-то из коллег спросил меня, в чем отличие моих отношений с Георгием Евгеньевичем и с Сергеем Васильевичем, я ответил, что Георгия Евгеньевича я очень уважал, а Сергея Васильевича просто любил.

Мне кажется, что я знал Сергея Васильевича всегда. Аспирантские экзамены я сдавал двум экзаменаторам — Г. Е. Шилову и С. В. Фомину; в то время этот процесс был менее формализован и, в частности, еще не было ни единой экзаменационной комиссии для приема этих экзаменов, ни экзамена «по программе ВАК» (ВАК — это Высшая аттестационная комиссия). Одним из моих аспирантских экзаменов был экзамен по книге М. Лоева «Теория вероятностей», а другим — по книге М. А. Наймарка «Коммутативные нормированные кольца».

Когда С. В. Фомину исполнялось пятьдесят лет, я вызвался найти для него подарок от кафедры теории функций и функционального анализа. В качестве такового я выбрал, как мне тогда казалось, лучшее, что можно было вообразить — большой самовар, причем не электрический, а — что было предметом моей особой гордости — угольный, являвшийся точной копией того, которым пользовались мои бабушка и дедушка. Потом на заседании Совета факультета я торжественно вручил ему (от имени кафедры) этот самовар, сразу же сказав, что его замечательной особенностью является то, что он не электрический. Мне кажется, Сергею Васильевичу понравилось не то, что самовар угольный, а мое воодушевление. После этого я несколько раз бывал в гостях у Сергея Васильевича и видел этот самовар; однако чай, который мне предлагали, кипятили на обычной газовой плите, причем в ответ на мой вопрос насчет самовара Сергей Васильевич каждый раз обещал, что вот в следующий раз самовар будет использован по назначению. В то время Сергей Васильевич жил на Смоленском бульваре; однако после переезда его в дом на Ломоносовском проспекте (напротив нынешнего театра Армена Джигарханяна) самовар был помещен в менее парадное место, и я его больше не встречал. Между прочим, во время одного из чаепитий, когда я (несколько колеблясь) начал отказываться от очередной чашки, Сергей Васильевич сказал, что в русской деревне есть три способа отказа от чая. Если человек, говорящий, что больше не хочет, на самом деле хочет, то он оставляет чашку в обычном положении; если человек отказывается, но колеблется, так что хозяин или хозяйка могут попытаться его уговорить, то чашку надо положить набок; но если человек действительно больше не хочет, то чашку надо перевернуть вверх дном.

Сергей Васильевич был членом КПСС, но на политические темы говорил довольно редко. Однажды по какому-то поводу он сказал, что с кем-то из иностранцев проходил мимо памятника Гоголю на бульварном кольце. В то время на памятнике была надпись «... великому русскому писателю Николаю Васильевичу Гоголю от Советского правительства». Иностранец сказал «Здорово! Они сложились и поставили памятник!». Между прочим, недавно я также проходил мимо этого памятника и обнаружил, что слова насчет Советского правительства исчезли. Еще один эпизод. Однажды Сергей Васильевич был выдвинут на Ломоносовскую премию, но это выдвижение было отклонено под предлогом, что в тот год решено было давать премии только ветеранам Отечественной войны. После этого Сергей Васильевич без комментариев показал мне свою фотографию времен войны в форме офицера Красной армии. Но, конечно, никому из тех, кто был связан с Ломоносовскими премиями, он эту фотографию не показывал. И в этом весь Сергей Васильевич.

Хотя Сергей Васильевич был одним из тех, кто подписал «письмо 99 математиков» в защиту Есенина-Вольпина (в 1968 году), он мне не сказал про это письмо ни слова, полагая, что я еще слишком маленький для этого. И в этом снова весь Сергей Васильевич.

Однажды я сказал Сергею Васильевичу, что мне очень нравится книга [16] «Элементы теории функций и функционального анализа». Я сказал, что прочитал полностью первое издание, вышедшее в виде двух выпусков, и что при этом мне особенно понравился выпуск, посвященный функциональному анализу (другой был посвящен теории меры). Сергей Васильевич заулыбался и сказал, что часть про теорию меры была написана на основе лекций Андрея Николаевича Колмогорова (научного руководителя С. В. Фомина), а часть про функциональный анализ — Сергеем Васильевичем независимо. Тогда же он сказал, что в этой книге есть ровно 4 страницы, написанные непосредственно рукой Колмогорова — это параграф «Непрерывные кривые в метрическом пространстве» (в примечании к которому сказано, что он не связан с дальнейшим изложением и что при желании читатель может его опустить). Тогда же он рассказал мне про историю создания книги [15]. Они с Израилем Моисеевичем Гельфандом посидели часа два в садике под деревом, обсуждая будущее содержание книги; вся остальная работа была проделана Сергеем Васильевичем. Эту книгу я также прочитал от начала до конца, и она мне очень нравится. Когда я говорю студентам о том, как надо писать математические тексты, в качестве примера образцовых математических текстов на русском языке я привожу книги, написанные рукой Сергея Васильевича[15].

[15]Тогда же Сергей Васильевич рассказал мне про книгу И. М. Гельфанда «Лекции по линейной алгебре». В предисловии к этой книге сказано, что в ее написании принял значительное участие Сергей Васильевич Фомин, помощь которого была настолько существенна, что без нее эта книга вряд ли могла быть написана. Сергей Васильевич сказал, что эти слова следует понимать

Сергей Васильевич любил путешествовать. Однажды он даже посетил Халмоша на Гавайских островах, где тот тогда жил. Сергей Васильевич рассказал мне, что, находясь в командировке в США, он получил приглашение Халмоша заехать к нему в гости. Сергей Васильевич сказал, что решил, что вряд ли возможность посетить Гавайские острова появится еще раз, и принял приглашение... Почти сразу после подписания того самого «письма 99 математиков» Сергей Васильевич отправился в Турцию. Из-за какого-то сбоя в работе контролирующих органов поездка не была отменена, и эти самые органы решили, что Сергей Васильевич не захочет возвращаться. Сергей Васильевич рассказывал, что кто-то из этих органов даже пришел встречать самолет, на котором Сергей Васильевич должен был вернуться, и был поражен, когда увидел, что первым, кто появился на трапе самолета, был Сергей Васильевич.

буквально.

Литература

[1] О. Г. Смолянов, С. В. Фомин. Меры на топологических линейных пространствах// Успехи матем. наук. 1976. Т. 31, № 4. С. 3–56.

[2] О. Г. Смолянов. Теорема Гросса–Сазонова для знакопеременных цилиндрических мер// Вестник МГУ, сер. матем., мех. 1983. № 4. С. 4–12.

[3] В. И. Авербух, О. Г. Смолянов, С. В. Фомин Обобщенные функции и дифференциальные уравнения в линейных пространствах I: Дифференцируемые меры// Тр. Моск. матем. об-ва. 1971. Т. 24. С. 133–174.

[4] В. И. Авербух, О. Г. Смолянов, С. В. Фомин Обобщенные функции и дифференциальные уравнения в линейных пространствах II: Дифференциальные операторы и их преобразования Фурье// Тр. Моск. матем. об-ва. 1972. Т. 27. С. 247-262.

[5] O. G. Smolyanov, H. V. Weizsäcker Smooth probability measures and associated differential operators// Inf. Dimens. Anal., Quantum Probab. and Relat. Top. 1999. V. 2, № 1. P. 51–78.

[6] В.И.Богачев. Дифференцируемые меры и исчисление Маллявэна. Москва-Ижевск, 2008.

[7] В. И. Богачев, О. Г. Смолянов Аналитические свойства бесконечномерных распределений// Успехи матем. наук. 1990. Т. 45, № 3. С. 3–83.

[8] О. Г. Смолянов Анализ на топологических линейных пространствах и его приложения. Изд-во МГУ, М., 1979.

[9] Ю. Л. Далецкий, С. В. Фомин. Меры и дифференциальные уравнения на бесконечномерных простраствах. М.,Физматгиз,1983.

[10] O. G. Smolyanov, H. V. Weizsäcker Change of measures and their logarithmic derivatives under smooth transformations// Comptes Rend. Acad. Sci. Paris. 1995. T. 321, sér. I. P. 103–108.

[11] В. В. Козлов, О. Г. Смолянов. Бесконечномерные уравнения Лиувилля относительно мер. ДАН, 2010, т.432, № 1, с. 28-32.

[12] В. В. Козлов, О. Г. Смолянов. Основания статистической механики и работы Пуанкаре, Эренфестов и фон Неймана (в печати).

[13] И. П. Корнфельдь, Я. Г. Синай, С. В. Фомин. Эргодическая теория. Москва, Наука, 1980.

[14] В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. Оптимальное управление. Москва, Наука, 1979.

[15] И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. Вариационное исчисление. Москва, 1961.

[16] А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа, третье издание, Москва, 1972 (есть еще несколько изданий и несколько переводов).

С. Илиадис

С. В. Фомин и общая топология

Сергей Васильевич Фомин начал свою научную деятельность в студенческий период. Его первая научная работа, опубликованная в 1937 г., относится к абстрактной алгебре, которой он начал заниматься под влиянием А. Г. Куроша. В 1939 г. С. В. Фомин окончил механико-математический факультет и поступил в аспирантуру Московского Университета. Под влиянием своего научного руководителя А. Н. Колмогорова, он заинтересовался теорией динамических систем. Это область в течение многих лет была главной в его математической деятельности. Одновременно С. В. Фомин под руководством П. С. Александрова начал работать в области теоретико-множественной топологии. Его первые работы [1], [2], [3], опубликованные соответственно в 1940, в 1941 и в 1943 годах, относятся к расширениям топологических пространств и, в частности, к бикомпактным и H-замкнутым расширениям. Под расширением топологического пространства R понимается любое пространство, содержащее R как всюду плотное подмножество. (Все топологические пространства здесь хаусдорфовы.)

Основополагающий результат о расширениях топологических пространств был получен А. Н. Тихоновым [5], который доказал, что определённые им *вполне регулярные* или *тихоновские* пространства и только они имеют бикомпактные расширения.

В 1937 г. Э. Чех [6] показал, что среди бикомпактных расширений пространства R существует *максимальное расширение*, которое характеризуется тем, что оно непрерывно отображается на любое другое расширение, оставляя неподвижными точки самого пространства. Это расширение носит теперь название *стоун-чеховского расширения* и обычно обозначается через βR.

В 1937 г. М. Стоун [8] доказал, что для всякого хаусдорфова пространства существует H-замкнутое расширение того же веса, что и исходное пространство. Он также доказал гипотезу о том, что для бикомпактности H-замкнутого пространства необходимым и достаточным условием является H-замкнутость любого его замкнутого подмножества. Эта гипотеза была сформулирована П. С. Александровым и П. С. Урысоном [9] и доказана ими для пространств с первой аксиомой счётности. Эти топологические результаты М. Стоун получил, применяя весьма обширный алгебраический аппарат булевых колец развитый им в [7] и [8] .

В 1939 г. П. С. Александров [10] строит расширения для регулярных и вполне регулярных пространств с помощью, развитого им, метода центрированных систем открытых множеств (т.е. систем, у которых пересечение любого конечного числа элементов не пусто). Для этого, рассматриваются максимальные центрированные системы открытых множеств пространства R (называемые концами), удовлетворяющие условиям «регулярности» и «вполне регулярности». Во множестве концов, «стандартным» способом, вводится топология, а именно берётся какое-нибудь открытое множество пространства R и рассматривается множество всех концов, содержащих это открытое множество в качестве элемента. Все такие множества, по определению составляют базис открытых множеств пространства концов. Полученные пространства, обозначенные через $\alpha(R)$ и $\alpha'(R)$ и суть упомянутые выше расширения. В частности, этим методом П. С. Александров дал новое построение стоун-чеховского бикомпактного расширения.

В упомянутых выше работах, С. В. Фомин обобщил и развил метод центрированных систем, фактически показав, что он достаточно общий и универсальный. Этим методом в работе [1], исходя из заданного базиса хаусдорфова пространства R, он строит сначала нульмерное бикомпактное хаусдорфово пространство $\theta(R)$. С помощью этого бикомпакта, он строит далее H-замкнутое расширение $\sigma(R)$ пространства R. Если мощность исходного базиса равна весу пространства R, то вес расширения $\sigma(R)$ равен весу пространства R. Бикомпакт $\theta(R)$ используется и для доказательства критерия бикомпактности Александрова - Урысона. Тем самым, С. В. Фомин значительно упростил и в то же время усилил упомянутые выше результаты М. Стоуна, получив их чисто топологическим путём.

Метод центрированных систем развивается и в работах [2] и [3]. В этих работах, во-первых, рассматриваются не только регулярные и вполне регулярные пространства, но и хаусдорфовы пространства. Во-вторых, кроме регулярных и вполне регулярных концов вводится понятие хаусдорфова конца. В третьих, пространства концов рассматриваются не только в семействе всех открытых множеств пространства R, но и в любом (алгебраически замкнутом) базисе $\mathcal{G}$ открытых множеств пространства R. Получаемые расширения обозначаются через $\sigma_{\mathcal{G}}(R)$, $\alpha_{\mathcal{G}}(R)$ и $\alpha'_{\mathcal{G}}(R)$. В случае, когда $\mathcal{G}$ совпадает с множеством всех открытых множеств пространства R, эти расширения обозначаются соответственно через $\sigma(R)$, $\alpha(R)$ и $\alpha'(R)$. Для регулярных и вполне регулярных пространств R, расширения $\alpha(R)$ и $\alpha'(R)$ совпадают соответственно с расширениями построенными П. С. Александровым. Если базис $\mathcal{G}$ алгебраически замкнут, то расширение $\sigma_{\mathcal{G}}(R)$ H-замкнуто.

Далее вводятся понятия θ-непрерывности и θ-гомеоморфизма. Эти понятия оказались очень плодотворными в тех случаях, когда рассматриваемые пространства не регулярны. Ими и сейчас пользуются многие авторы. В частности, С. В. Фомин доказал, что $\sigma(R)$, с точностью до θ-гомеоморфизма, единственное расширение, которое можно θ-непрерывно отобразить на любое H-замкнутое расширение пространства R, оставляя неподвижными точки самого пространства R. В настоящее время, расширение $\sigma(R)$ называется расширением Фомина.

В 1958 г. С. В. Фомин опубликовал статью [4] о пространствах близости, введённых В. А. Ефремовичем и рассмотренных многими авторами. В частности, Ю. М. Смирнов показал [11], что существует естественное взаимно-однозначное соответствие между всеми бикомпактными расширениями данного вполне регулярного пространства R и всеми близостями на R, согласованными с заданной на R топологией. В статье [4] С. В. Фомин получает этот важный результат из общей теории коммутативных нормированных колец.

Наша совместная статья в основном излагает уже известные факты, однако некоторые из приводимых результатов новы, а для некоторых других впервые даны подробные доказательства. Пользуясь понятием максимальной центрированной системы, излагается, с единой точки зрения, ряд вопросов, относящихся к теории расширений топологических пространств, критериям бикомпактности и H-замкнутости, а также к теории абсолютов, появившейся после работ А. М. Глисона [13] и В. И. Пономарёва [14] для бикомпактных и регулярных пространств и обобщённая для хаусдорфовых пространств в работах [15] и [16]. (В книге [17] можно найти более подробную библиографию по этой теме.)

В первом параграфе определяется и изучается пространство $\theta(R)$ т.е. множество всех максимальных центрированных систем открытых множеств пространства R, в котором стандартным образом введена топология. Оно служит основой для всех дальнейших построений. Во втором параграфе рассматривается понятие θ-непрерывности, введённое С. В. Фоминым [2], которое является естественным понятием при изучение нерегулярных хаусдорфовых пространств. Даётся также определение абсолюта $w(R)$ пространства R, как определённое подмножество пространства $\theta(R)$ и указываются некоторые его свойства. Определяется естественное отображение π_R абсолюта $w(R)$ на само пространство R.

В третьем параграфе с помощью пространства $\theta(R)$ строятся и изучаются хаусдорфовы расширения (в том числе, H-замкнутые расширения) исходного пространства. В частности, даётся построение стоун-чеховского бикомпактного расширения. Четвёртый параграф посвящён доказательству критерия Александрова - Урысона о бикомпактности H-замкнутого пространства.

В пятом параграфе доказывается следующая теорема, которая считается основной в теории абсолютов. Пусть f есть θ-непрерывное совершенное отображение хаусдорфова пространства R_1 на хаусдорфово пространство R_2. Тогда существует такой гомеоморфизм ψ пространства $w(R_1)$ на пространство $w(R_2)$, что $f \circ \pi_{R_1} = \pi_{R_2} \circ \psi$. В последнем шестом параграфе рассматривается связь между расширениями пространств и их абсолютами. В частности, устанавливается, что все H-замкнутые расширения данного пространства R имеют один и тот же абсолют, а именно, стоун-чеховское расширение абсолюта пространства R.

Сергей Васильевич Фомин был тесно связан с той научной школой, которую на протяжение многих лет возглавлял П. С. Александров. Новые понятия, которые он определил, и результаты, которые он получил, оказали и продолжают оказывать существенное влияние на развитие общей топологии, в особенности теории расширений топологических пространств.

Литература

[1] С. В. Фомин, *К теории расширений топологических пространств*, Математический Сборник, 1940, Т. 8 (50), N. 2, стр. 285-294.

[2] С. В. Фомин, *Расширение топологических пространств*, Доклады Академии Наук СССР, 1941. Том XXXII, No 2, стр. 114-117.

[3] S. Fomin, *Extensions of topological spaces*, Annals of Mathematics, Vol. 44, No. 3, July, 1943, pp. 471-480.

[4] С. В. Фомин, *К вопросу о связи между пространствами близости и бикомпактными расширениями вполне регулярных пространств*, Доклады Академии Наук СССР, 1958. Том 121, No. 2, стр. 236-238.

[5] A. Tychonoff, *Über die topologische Erweiterung von Räumen*, Math. Annalen 102(1929), 544.

[6] E. Čech, *On bicompact spaces*, Annals of Math. 38 (1937), 823-845.

[7] M.H. Stone, *The Theory of representations for Boolean Algebras*, Trans. Amer. Math. Soc. 40, 3(1936), 37-111.

[8] M. H. Stone, *Applications of Boolean Algebras to Topology*, Trans. Amer. Math. Soc. 41, 3(1937), 375-481.

[9] П. С. Александров, П. С. Урысон, *О бикомпактных расширениях топологических пространств*, Труды матем. ин-та им. В.А. Стеклова 31 (1950).

[10] П. С. Александров, *О бикомпактных расширениях топологических пространств*, Матем. сб. 5 (47):2 (1939), 403-423.

[11] Ю. М. Смирнов, *Исследования по общей и равномерной топологии*, Докторская диссертация, М., 1957.

[12] С. Илиадис и С. Фомин, *Метод центрированных систем в теории топологических пространств*, Успехи Математических Наук, 1966 июль-август, т. XXI, вып. 4(130), стр. 47-76.

[13] A. M. Gleason, *Projective topological spaces*, Illinois Journ. Math. 2, 4 (1958), 482-489.

[14] В. И. Пономарёв, *Паракомпакты, их проекционные спектры и непрерывные отображения*, Матем. сб. 60(102): 1(1963), 89-119.

[15] С. Илиадис, *Абсолюты хаусдорфовых пространств*, Доклады Академии Наук СССР, 1963. Том 149, No. 1, стр. 22-25.

[16] С. Илиадис, О некоторых свойствах абсолютов, Доклады Академии Наук СССР, 1963, Том 152, No. 4, стр. 798-800.

[17] Jak R. Porter and R. Grant Woods, *Extensions and Absolutes of Hausdorff Spaces*, Springer-Verlag, 1987, pp. 856+xiv.